微观经济学

- 研究个体的选择行为和市场的资源配置功能

中级微观经济学

商品束与商品空间

想象：

- 一个消费者在8月底为9月做消费方案
  - 商品1买多少？
  - 商品2买多少？
  - ……
  - 商品n买多少？
- 他在各种消费方案之间做选择，每个方案的形式都为：

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

商品束

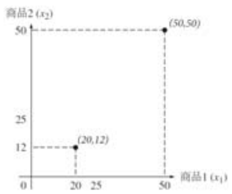
设他只消费两种商品：商品1和商品2

一个**商品束**（**消费计划**，**消费束**）是一个向量

$$\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2)$$

其中，$x_1 \geq 0$和$x_2 \geq 0$分别为商品1和商品2的数量。

一个**商品束**是第一象限$\mathbb{R}_+^2$中的一个点



商品束

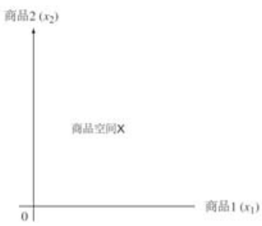
- (4,4)的含义是什么？
- (0,8)的含义是什么？
- (8,0)的含义是什么？
- (0,0)的含义是什么？

商品空间X

商品空间X由所有可能的商品束构成

$X \equiv \{(x_1, x_2) | x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0\}$

商品空间为整个第一象限（包含两条坐标轴的相应部分）



商品束

如果消费者消费n种商品呢？

一个**商品束（消费计划，消费束）**是一个向量

$$\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

其中，$x_i \geq 0$为商品i的数量。

一个**商品束**是n维非负空间$\mathbb{R}^n_+$中的一个点

商品空间X是n维非负空间$\mathbb{R}^n_+$

中级微观经济学

定义在商品空间上的偏好关系

（弱）偏好关系$\succcurlyeq$

- **设**$\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2)$和$\mathbf{y} \equiv (y_1, y_2)$是两个商品束。
- 如果消费者认为$\mathbf{x}$不比$\mathbf{y}$差或$\mathbf{x}$与$\mathbf{y}$至少一样好，则说在$\mathbf{x}$与$\mathbf{y}$之间，消费者**（弱）偏好**$\mathbf{x}$**，**写为$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$。
- 对任意商品束$\mathbf{x} \in X$， $\succcurlyeq \mathbf{x} := \{\mathbf{z} \in X | \mathbf{z} \succcurlyeq \mathbf{x}\}$被称为$\mathbf{x}$的**上优集**，其中的每个元素（商品束）都不比$\mathbf{x}$差。

$$\mathbf{z} \in \succcurlyeq \mathbf{x} \Leftrightarrow \mathbf{z} \succcurlyeq \mathbf{x}$$

- 对任意商品束$\mathbf{x} \in X$， $\mathbf{x} \succcurlyeq := \{\mathbf{z} \in X | \mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{z}\}$被称为$\mathbf{x}$的**下劣集**，其中的每个元素（商品束）都不比$\mathbf{x}$好。

$$\mathbf{z} \in \mathbf{x} \succcurlyeq \Leftrightarrow \mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{z}$$

无差异关系~

- 消费者认为商品束x与y无差异，写为$\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$，当且仅当$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$且$\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$。
- 过x点的**无差异曲线**由所有与x无差异的商品束构成，数学表达式为

$$\sim \mathbf{x} \equiv \{\mathbf{y} \in X | \mathbf{y} \sim \mathbf{x}\}$$

$$\mathbf{y} \in \sim \mathbf{x} \Leftrightarrow \mathbf{y} \sim \mathbf{x} \Leftrightarrow \mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y} \text{且} \mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$$

- 问题：对任意商品束x，存在与它无差异的商品束？

严格偏好关系≻

- 消费者认为商品束x严格优于商品束y，写为$\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$，当且仅当$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$且无$\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$
- 对任意商品束$\mathbf{x} \in X$，$\succ \mathbf{x} := \{\mathbf{z} \in X | \mathbf{z} \succ \mathbf{x}\}$为x的**严格上优集**，其中的每个元素都比x好。
- 对任意商品束$\mathbf{x} \in X$，$\mathbf{x} \succ := \{\mathbf{z} \in X | \mathbf{x} \succ \mathbf{z}\}$为x的**严格下劣集**，其中每个元素都比x差。

偏好公理

- 完全性
- 传递性
- 连续性
- 严格单调性
- 凸性与严格凸性

偏好公理之完全性公理

$\succcurlyeq$是**完全的**，如果对所有的$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$或$\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$。

- **含义：**对任意两个商品束，都能用$\succcurlyeq$排列而不存在无法用$\succcurlyeq$排列的情况。
- 含义：对任意两个商品束 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，对任一消费者，或者认为**x**不比**y**差或者认为**y**不比**x**差。
- **反例**：**布里丹之驴?**
- **反例：不了解x**或**y**时

$\sim$ 和 $\succ$不具有完全性

- 任取$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$。因为 $\succcurlyeq$ 具有完全性，因此，$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$或$\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$。
- 三种情况：
  1. $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$且$\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x} \sim \mathbf{y}$
  2. $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$且$\neg(\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}) \Rightarrow \mathbf{x} \succ \mathbf{y}$
  3. $\neg(\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y})$且$\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{y} \succ \mathbf{x}$
- 无法用无差异关系$\sim$处理情况2和情况3
- 无法用严格偏好关系$\succ$处理情况1

偏好公理之反身性公理

$\succcurlyeq$是**反身**的，如果对所有的$\mathbf{x} \in X$，$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{x}$。

- 意义： $\mathbf{x} \sim \mathbf{x}$
- 意义：对任何商品束，至少有一个商品束与它无差异，就是它自身。无差异曲线为非空集。
- 反例：两件完全一样的商品，你会认为一件严格劣于另一件？

偏好公理之传递性公理

$\succcurlyeq$是**传递的**，如果对所有的$\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}\in X$，$\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{y}$且$\mathbf{y}\succcurlyeq\mathbf{z}$蕴含$\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{z}$。

- **意义：**两条不同的无差异曲线不交
- 反例：
  ① 社会选择
  ② 当我们无法分辨出商品束之间的细微差异时

理性偏好关系：

$\succcurlyeq$是**理性的**，如果它是完全的和传递的。

~ 具有传递性

- 设$\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}\in X$，$\mathbf{x}\sim\mathbf{y}$且$\mathbf{y}\sim\mathbf{z}$。求证：$\mathbf{x}\sim\mathbf{z}$
- 证明：

$$\left.\begin{array}{l}\overbrace{\left.\begin{array}{l}\mathbf{x}\sim\mathbf{y}\Longrightarrow\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{y}\\ \mathbf{y}\sim\mathbf{z}\Longrightarrow\mathbf{y}\succcurlyeq\mathbf{z}\end{array}\right\}\Longrightarrow\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{z}}^{\succcurlyeq\text{具有传递性}}\\ \left.\underbrace{\begin{array}{l}\mathbf{x}\sim\mathbf{y}\Longrightarrow\mathbf{y}\succcurlyeq\mathbf{x}\\ \mathbf{y}\sim\mathbf{z}\Longrightarrow\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{y}\end{array}}_{\sim\text{的定义}}\right\}\Longrightarrow\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{x}\end{array}\right\}\underbrace{\Longrightarrow}_{\sim\text{的定义}}\mathbf{x}\sim\mathbf{z}$$

$\succ$ 具有传递性

- 设$\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}\in X$，$\mathbf{x}\succ\mathbf{y}$且$\mathbf{y}\succ\mathbf{z}$。求证：$\mathbf{x}\succ\mathbf{z}$
- **证明：首先证明$\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{z}$。**

$$\left.\underbrace{\begin{array}{l}\mathbf{x}\succ\mathbf{y}\Longrightarrow\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{y}\\ \mathbf{y}\succ\mathbf{z}\Longrightarrow\mathbf{y}\succcurlyeq\mathbf{z}\end{array}}_{\succ\text{的定义}}\right\}\Longrightarrow\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{z}$$

再来证明$\neg(\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{x})$。反证，设$\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{x}$。

因为$\mathbf{x}\succ\mathbf{y}\Longrightarrow\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{y}$，因为$\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{x}$，因此，$\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{y}$。

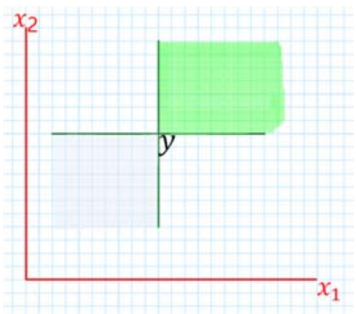
但是，$\mathbf{y}\succ\mathbf{z}\Longrightarrow\neg(\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{y})$。

矛盾。因此，$\neg(\mathbf{z}\succcurlyeq\mathbf{x})$

偏好公理之连续性公理

- $\succcurlyeq$是**连续的**，如果对所有的商品束$\mathbf{x}\in X$，

  $\{\mathbf{y}\in X|\mathbf{x}\succcurlyeq\mathbf{y}\}$和$\{\mathbf{y}\in X|\mathbf{y}\succcurlyeq\mathbf{x}\}$都是闭集。
- 闭集概念
- 连续性的含义
- 简单理解：无差异曲线是条连续的线

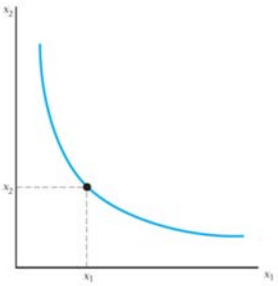


偏好公理之单调性与严格单调性公理

- ≽是（弱）**单调的**，如果**x** ≥ **y蕴含x** ≽ **y**
- ≽是**严格单调的**，如果**x** ≥ **y蕴含x** ≽ **y且x** > **y蕴含x** ≻ **y**
- 含义：
  ① **多多益善**
  ② **无差异曲线**向下倾斜。
  ③ **越高的**无差异曲线越被消费者偏好。
- 反例？

偏好公理之凸性和严格凸性公理

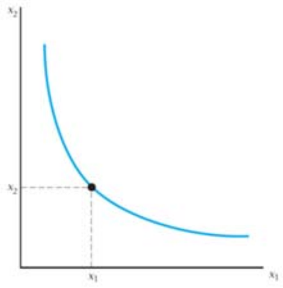
- ≽是**凸的**，如果对每个商品束**x**，≽ **x**是凸集。
- 意义：
  ① 无差异曲线严格凸向原点或为直线
  ② 平均优于极端
- ≽是严格**凸的**，如果无差异曲线严格凸向原点



过(x_1, x_2)点的无差异曲线

良好形态的偏好（无差异曲线）

- 完全性
- 传递性：不同的无差异曲线不交
- 连续性：为一条连续的线
- 严格单调性：向下倾斜
- 严格凸性：凸向原点



过(x_1, x_2)点的无差异曲线

良好形态的偏好（无差异曲线）

- 因为它单调递减，我们可以把这条无差异曲线写为函数形式：

$$x_2 = f(x_1),\quad \frac{dx_2}{dx_1} < 0$$

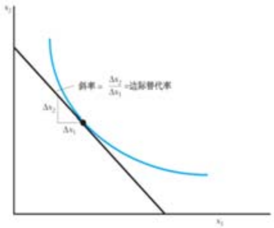
- 例如，$x_2 = \frac{k}{x_1}$
- 或者，$x_2 = k - \ln x_1$

边际替代率的定义

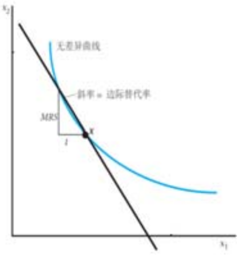
定义：过点**x**的无差异曲线在点**x**的斜率，称为消费者在点**x**上**边际替代率写为**$MRS(\mathbf{x})$。在这个点上，他愿意用一件商品1交换多少件商品2？

如果过每一个点的无差异曲线在此点都有斜率，则**边际替代率是个函数：**

$$MRS: \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}$$



边际替代率的含义



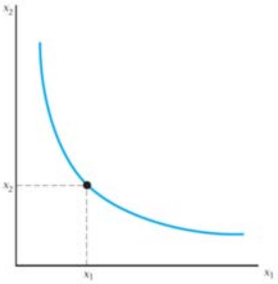
切线是割线的逼近，切线的斜率是割线斜率的逼近。

x点与$(x_1 - 1, x_2 + MRS)$在同一条无差异曲线上，就是说，消费者认为这两个点一样地好，因此

- 认为1件商品1与MRS件商品2一样地好，
- 认为1件商品1价值MRS件商品2。

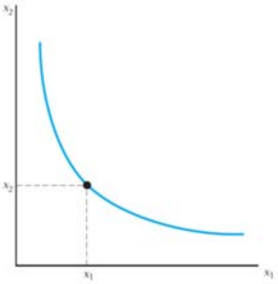
MRS用商品2的数量衡量商品1对消费者的价值。

$$(x_1 - 1, x_2 + MRS)$$
$$\sim$$
$$(x_1, x_2)$$
$$\sim$$
$$(x_1 + 1, x_2 - MRS)$$



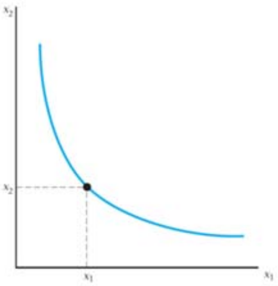
过(x_1, x_2)点的无差异曲线

- 偏好单调，蕴含边际替代率为负
- 在任何一点$\mathbf{x}$上，
  - 为增加1件商品1，愿意放弃某一数量（$MRS(\mathbf{x})$）的商品2
  - 为增加1件商品2，愿意放弃某一数量（$1/MRS(\mathbf{x})$）的商品1



过(x_1, x_2)点的无差异曲线

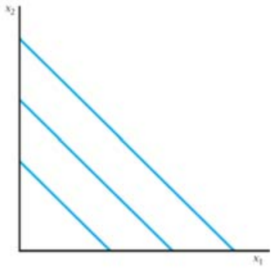
- 思考：
- 在点$\mathbf{x}$上，某消费者的边际替代率为$MRS(\mathbf{x})$。
- 有人提议，用1件商品1与其交换E件商品2。他愿意交换？
- **根据**定义：$\mathbf{x} \sim (x_1 + 1, x_2 - MRS(\mathbf{x}))$
- **如果交换：**$(x_1 + 1, x_2 - E)$
- $\mathbf{x} \succ (x_1 + 1, x_2 - E)$：**不交换**
- $(x_1 + 1, x_2 - E) \succ \mathbf{x}$：**交换**



过(x_1, x_2)点的无差异曲线

- 偏好严格凸，蕴含在同一条无差异曲线上，边际替代率的绝对值随x_1的上升而递减，随x_1 的下降而递增：**边际替代率递减规律。**
- **含义：沿无差异曲线向右下方走，商品1数量增加，边际替代率递减——商品1对消费者的价值下降。**

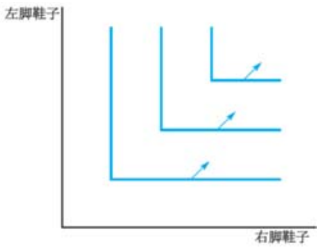
非良好形态的偏好之一：完全替代的偏好关系



在每个商品束上，消费者都以同一比率（在图上为1：1）替代两种商品。

例子：
不同牌子的矿泉水？
不同牌子的感冒药？
不同牌子的洗衣粉？

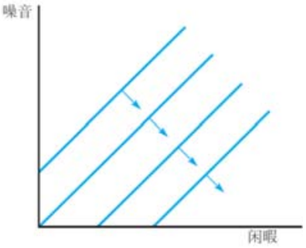
非良好形态的偏好之二：完全互补的偏好关系



两种商品按照固定比率（在图上为1：1）搭配消费。

例子：
左脚鞋子和右脚鞋子？
电脑与操作系统与办公软件？

非良好形态的偏好之三：厌恶品

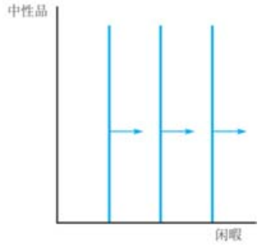


数量越少越好的商品为厌恶品。

例子：
噪音？
广场舞？
邻居家养狗？

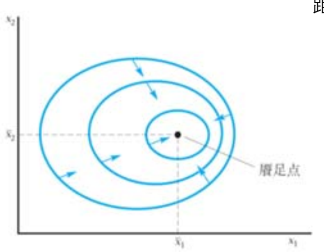
非良好形态的偏好之四：中性品

数量多或少不重要的商品。

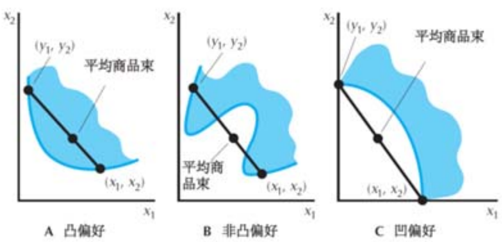


非良好形态的偏好之五：餍足偏好

距离餍足点越远的商品束越差



非良好形态的偏好之六：非凸偏好与凹偏好



中级微观经济学

效用函数

效用函数

- 函数$u: X \to \mathbb{R}$**表示**偏好关系$\succcurlyeq$，如果对所有的$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$ **当且仅当**$u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})$**。我们称这个函数**为表示偏好关系$\succcurlyeq$的效用函数。

- 如何判断一个函数表示某个偏好关系？

① 它是定义在商品空间上的实数值函数：对每个商品束，赋予一个数。

② $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y} \Longrightarrow u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})$

③ $u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y}) \Longrightarrow \mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$

设$u: X \to \mathbb{R}$表示偏好关系$\succcurlyeq$，

则对所有的$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，

$$\mathbf{x} \succ \mathbf{y} \Leftrightarrow u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y})$$

证明：

$$\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$$
$$\Updownarrow$$
$$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}\text{且}\neg(\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x})$$
$$\Updownarrow$$
$$u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})\text{且}\neg[u(\mathbf{y}) \geq u(\mathbf{x})]$$
$$\Updownarrow$$
$$u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})\text{且}u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y})$$
$$\Updownarrow$$
$$u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y})$$

则对所有的$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，

$$\mathbf{x} \sim \mathbf{y} \Leftrightarrow u(\mathbf{x}) = u(\mathbf{y})$$

证明：

$$\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$$
$$\Updownarrow$$
$$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}\text{且}\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$$
$$\Updownarrow$$
$$u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})\text{且}u(\mathbf{y}) \geq u(\mathbf{x})$$
$$\Updownarrow$$
$$u(\mathbf{x}) = u(\mathbf{y})$$

$u: X \to \mathbb{R}$表示偏好关系$\succcurlyeq$

$\succcurlyeq$ 严格单调$\Leftrightarrow u(\cdot)$严格递增

- $\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y} \Rightarrow u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})$
- $\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Rightarrow u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y}) \Rightarrow \mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$
- $\mathbf{x} > \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} \succ \mathbf{y} \Rightarrow u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y})$
- $\mathbf{x} > \mathbf{y} \Rightarrow u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y}) \Rightarrow \mathbf{x} \succ \mathbf{y}$

- $\succcurlyeq$ 严格凸$\Leftrightarrow u(\cdot)$严格拟凹

效用函数的存在性定理

如果偏好关系$\succcurlyeq$是完全的、传递的和连续的，则存在**连续的**效用函数$u: X \to \mathbb{R}$表示这个偏好关系。

效用函数具有单调正向转换不变性特征

设u是效用函数，表示偏好关系$\succcurlyeq$；设$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$是增函数。则$f$和$u$的复合$f \circ u$也是效用函数，表示同一偏好关系。

- 证明：任取$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，设$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$。
- u是效用函数，因此，$u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})$
- f是增函数，因此，$f(u(\mathbf{x})) \geq f(u(\mathbf{y}))$
- 因此，$(f \circ u)(\mathbf{x}) \geq (f \circ u)(\mathbf{y})$

- 证明：取$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$，$(f \circ u)(\mathbf{x}) \geq (f \circ u)(\mathbf{y})$
- 根据复合函数的定义：$f(u(\mathbf{x})) \geq f(u(\mathbf{y}))$
- f是增函数，因此，$u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})$
- u是效用函数，因此，$\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$

效用函数具有单调正向转换不变性特征

设u是效用函数，表示偏好关系$\succcurlyeq$；设$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$是增函数。则$f$和$u$的复合$f \circ u$也是效用函数，表示同一偏好关系。

- 设$u(\mathbf{x}) = x_1^\alpha x_2^\beta$为效用函数，$\alpha, \beta > 0$为常数
- 求证：$v(\mathbf{x}) = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$也是效用函数，与$u(\mathbf{x})$表示相同的偏好关系
- 证明：
- 自然对数函数$\ln(\cdot)$为严格递增函数。
- $\ln\big(u(\mathbf{x})\big) = \ln x_1^\alpha x_2^\beta = \ln x_1^\alpha + \ln x_2^\beta = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$
- 就是说，$v(\mathbf{x}) = \ln\big(u(\mathbf{x})\big)$

一些常用效用函数

- 柯布-道格拉斯效用函数：$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$
- 完全替代的效用函数：$u(x_1, x_2) = \alpha x_1 + \beta x_2$
- 完全互补的效用函数：$u(x_1, x_2) = \min\{\alpha x_1, \beta x_2\}$
- 替代弹性固定的效用函数：$u(x_1, x_2) = \left(\alpha x_1^\rho + \beta x_2^\rho\right)^{1/\rho}$
- 拟线性效用函数$u(x_1, x_2) = x_2 + v(x_1)$

边际效用

- $MU_1(x_1, x_2)$为在商品束(x_1, x_2)上，**增加一件商品1所增加的效用。**

$$MU_1(x_1, x_2) = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}$$

- $MU_1(x_1, x_2) > 0$

边际效用

- $MU_2(x_1,x_2)$为在商品束(x_1,x_2)上，增加一件商品2所增加的效用。

$$MU_2(x_1,x_2) = \lim_{\Delta x_2\to 0}\frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \lim_{\Delta x_2\to 0}\frac{u(x_1,x_2+\Delta x_2)-u(x_1,x_2)}{\Delta x_2} = \frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}$$

- $MU_2(x_1,x_2) > 0$

边际替代率：$MRS(x_1,x_2) = -\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$

- 利用隐函数定理
- $u(x_1,x_2)=\bar{u}$隐含地定义了一条无差异曲线$x_2(x_1)$
- 把$u(x_1,x_2)=\bar{u}$对x_1求导，得到
- $\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1,x_2)+\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,x_2)\frac{dx_2}{dx_1}(x_1)=0$
- $\frac{dx_2}{dx_1}(x_1) = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1,x_2)}{\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,x_2)} = -\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$
- $MRS(x_1,x_2) = -\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$

边际替代率$MRS(x_1,x_2) = -\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$

- 利用全微分
- 沿着同一条无差异曲线，从(x_1,x_2)变化到$(x_1+\Delta x_1,x_2+\Delta x_2)$

$$(x_1,x_2)\sim(x_1+\Delta x_1,x_2+\Delta x_2)\Longrightarrow \Delta u = 0$$

- 全微分：

$$\Delta u = MU_1(x_1,x_2)\times\Delta x_1 + MU_2(x_1,x_2)\Delta x_2$$

- $MU_1(x_1,x_2)\times\Delta x_1 + MU_2(x_1,x_2)\Delta x_2 = 0$
- $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$
- $MRS(x_1,x_2) = -\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$

边际替代率$MRS(x_1,x_2)=-\frac{MU_1(x_1,x_2)}{MU_2(x_1,x_2)}$

- 利用边际替代率判断两个效用函数是否表示同一偏好关系
- 取点(x_1,x_2)。
- 如果利用两个效用函数求得的此点上的边际替代率相等，则表示同一偏好
- 如果利用两个效用函数求得的此点上的边际替代率不等，则不表示同一偏好

通勤效用函数

$$U(TW,TT,C)=-0.147TW-0.0411TT-2.24C$$

- $MU_{TW}(TW,TT,C)=-0.147$
- $MU_{TT}(TW,TT,C)=-0.0411$
- $MU_C(TW,TT,C)=-2.24$
- $MRS_{TW,TT}(TW,TT,C)=-\frac{MU_{TW}(TW,TT,C)}{MU_{TT}(TW,TT,C)}=-\frac{-0.147}{-0.0411}=-3.58$
- $MRS_{TW,C}(TW,TT,C)=-\frac{MU_{TW}(TW,TT,C)}{MU_C(TW,TT,C)}=-\frac{-0.147}{-2.24}=-0.07$
- $MRS_{TT,C}(TW,TT,C)=-\frac{MU_{TT}(TW,TT,C)}{MU_C(TW,TT,C)}=-\frac{-0.0411}{-2.24}=-0.0183$

应用：通勤效用函数

$$U(TW,TT,C)=-0.147TW-0.0411TT-2.24C$$

- $MRS_{TW,TT}(TW,TT,C)=-3.58$

  消费者愿意通勤时间增加3.58分钟而不愿意步行时间增加1分钟。
- $MRS_{TW,C}(TW,TT,C)=-0.07$

  消费者愿意为减少一分钟步行时间而支付7美分。
- $MRS_{TT,C}(TW,TT,C)=-0.0183$

  消费者愿意为减少一分钟通勤时间而支付1.83美分

中级微观经济学

预算线与预算集

消费者的**决策环境**(p_1, p_2, m)

设消费者面对的两种商品的价格分别为$p_1 > 0$和$p_2 > 0$，他的支出或收入为$m \geq 0$。

一个向量(p_1, p_2, m)是一个**决策环境。**

消费者接受价格而不能改变价格。

$\frac{m}{p_2}$的含义

给定(p_1, p_2, m)，

- $\frac{m}{p_2}$是消费者能买到的商品2的最大数量
- $\frac{m}{p_2}$是用商品2的数量衡量的消费者的收入，称为**实际收入**。为消费者的收入的购买力。

$\frac{p_1}{p_2}$的含义

给定(p_1,p_2,m)，

- **在市场上，一件商品1**能够交换到$\frac{p_1}{p_2}$件商品2，

因此，$\frac{p_1}{p_2}$是商品1和商品2的**市场交换率**。

- **在市场上**，$\frac{p_1}{p_2}$是用商品2的数量表示的商品1的价格，被称为商品1的**实际价格**。

商品束(x_1,x_2)上的支出

- 商品1上的支出为

$$p_1x_1$$

- 商品2上的支出为

$$p_2x_2$$

- 全部支出为

$$p_1x_1+p_2x_2$$

设(p_1,p_2,m)，

- 如果$p_1x_1+p_2x_2\le m$，我们说消费者**买得起**商品束(x_1,x_2)
- 如果$p_1x_1+p_2x_2=m$，我们说消费者**正好买得起**商品束(x_1,x_2)
- 如果$p_1x_1+p_2x_2>m$，我们说消费者**买不起**商品束(x_1,x_2)。

给定(p_1, p_2, m)时的预算线

预算线由所有的**正好买得起的商品束**构成的集合

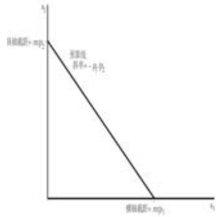
$$\{(x_1, x_2) \in X | p_1x_1 + p_2x_2 = m\}$$

或者

$$\left\{(x_1, x_2) \in X \middle| x_2 = -\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}\right\}$$

或者

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$



给定(p_1, p_2, m)时的预算线

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

用货币的数量表示的价格与收入

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

$$P_1x_1 + x_2 = M$$

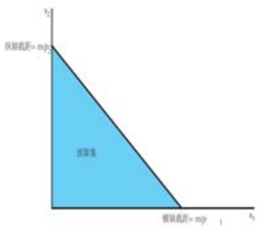
用商品2的数量表示的价格与收入；商品2被称为“**计价商品**”

当你只想探讨一种商品时，用x_2表示“其他一切商品”或“**其他一切商品上的支出**”，价格为1。商品2被称为“**复合商品**”

给定(p_1, p_2, m)时的预算集

预算集由所有**买得起的商品束**构成的集合，写为

$$\{(x_1, x_2) \in X | p_1x_1 + p_2x_2 \le m\}$$



给定(p_1, p_2, m)，如何判断商品束$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$是否买得起？

1、画出直线：$\overbrace{-\frac{p_1}{p_2}}^{\text{斜率}} x_1 + \overbrace{\frac{m}{p_2}}^{\text{纵轴截距}}$

2、在纵轴上找到$-\frac{p_1}{p_2}\bar{x}_1 + \frac{m}{p_2}$

3、比较$-\frac{p_1}{p_2}\bar{x}_1 + \frac{m}{p_2}$与$\bar{x}_2$：

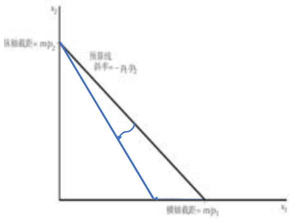
$$\begin{cases} \bar{x}_2 > -\dfrac{p_1}{p_2}\bar{x}_1 + \dfrac{m}{p_2} \Leftrightarrow p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2 > m & \text{买不起} \\ \bar{x}_2 = -\dfrac{p_1}{p_2}\bar{x}_1 + \dfrac{m}{p_2} \Leftrightarrow p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2 = m & \text{正好买得起} \\ \bar{x}_2 < -\dfrac{p_1}{p_2}\bar{x}_1 + \dfrac{m}{p_2} \Leftrightarrow p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2 < m & \text{买得起还有剩钱} \end{cases}$$

习题2：当(p_1, p_2, m)变化时，

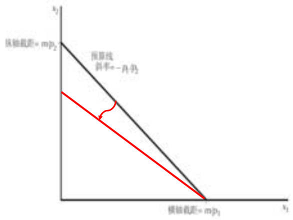
当

- ① p_1上升，
- ②p_2上升，
- ③m上升，
- ④p_1与p_2同比例上升，
- ⑤p_1与m同比例上升，
- ⑥p_1、p_2和m同比例上升时，

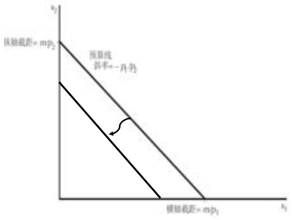
预算集和预算线如何变化？买得起的商品束的数量增加还是减少？



商品1价格上升，
商品1的最大购买量下降
商品2的最大购买量不变
斜率上升，预算线变得陡峭
预算线围绕着纵轴截距点向内旋转
选择机会减少



商品2价格上升，
商品2的最大购买量下降
商品1的最大购买量不变
斜率下降，预算线变得平坦
预算线围绕着横轴截距点向内旋转
选择机会减少

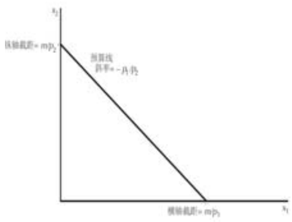


收入上升，
商品2的最大购买量下降
商品1的最大购买量下降
斜率不变
预算线平行向内移动
选择机会减少

例题：税收

初始状态为(p_1, p_2, m).
写出预算线的表达式并画图表示。

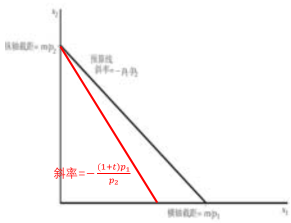
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$



例题：税收

现在，政府对商品1征收从价税，
税率为价格的百分比t。

消费者实际支付的价格包括两个部分：
① 支付给卖方p_1，
② 支付给政府tp_1。
税后价格为$(1+t)p_1$



$$(1+t)p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

例题：税收

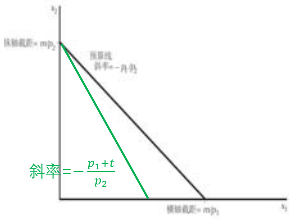
假设政府征收从量税税率为每件商品t元钱。

每购买一件商品，消费者发生的支付包括两部分：

① 给卖方p_1

② 给政府t

税后价格为$p_1 + t$



$$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m$$

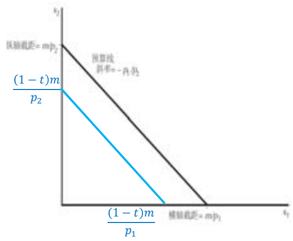
例题：税收

假设政府决定征收所得税，税率为t。

在消费者收入为m时，应交税为tm。

他的可支配收入为

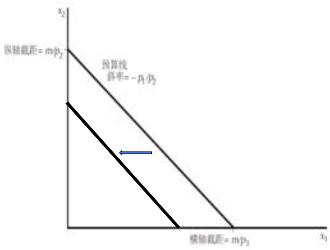
$$m - tm = (1 - t)m$$



$$p_1x_1 + p_2x_2 = (1 - t)m$$

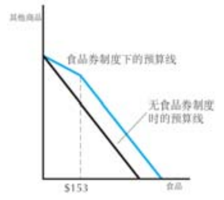
例题：税收

人头税，每人得缴税t元钱。



例题： 1979年前的食品券制度

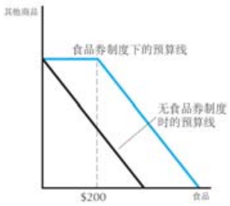
食品购买量在153美元以内时，每件的价格为0.163美元；当购买量在153元以上时，每件的价格为1美元。



$$\begin{cases} 0.163x + y = m & x \le 153 \\ 0.163 \times 153 + 1 \times (x - 153) + y = m & x > 153 \end{cases}$$

例题： 1979年后的食品券制度

家庭可免费获得价值200美元的食品券。



$$\begin{cases} 0 \times x + y = m & x \le 200 \\ 0 \times 200 + 1 \times (x - 200) + y = m & x > 200 \end{cases}$$

问题

- 消费者只能从预算集中做出选择，
- 但是，预算集中有无数多个商品束，
- 消费者如何做出选择？