

第二章课后复习题答案

1. 初始环境为 (p_1, p_2, m) 。现在，商品 1 的价格为 $2p_1$ ，商品 2 的价格为 $8p_2$ ，收入为 $4m$ 。新的预算线为

$$2p_1x_1 + 8p_2x_2 = 4m$$

简化得到

$$p_1x_1 + 4p_2x_2 = 2m$$

2. 商品 2 的最大的购买量下降，商品 1 的最大购买量不变，预算线的斜率的绝对值下降。
3. 设初始环境为 (p_1, p_2, m) ，初始预算线的斜率的绝对值为 p_1/p_2 。现在，商品 1 的价格为 $2p_1$ ，商品 2 的价格为 $3p_2$ ，新的预算线的斜率的绝对值于是为 $2p_1/3p_2 < p_1/p_2$ 。预算线变得更加平坦。
4. 价格为 1 的商品，被称为计价商品。一种商品价值 10 元钱，等价于说一件商品价值 10 件计价商品。
5. 每买一加仑汽油，得向政府交税 15 美分，政府得返还给你 7 美分。因此，净汽油税为 8 美分。
6. 课本中说的总额税 (lump-sum tax) 在中文中没有对应的税种，大体可理解为人头税：从你的收入中拿走一笔钱。

人头税使你实际能支配的收入变为 $m - u$ ；商品 1 上的从量税是每买一件商品 1 得交税 t 元钱，消费者实际面对的商品 1 的价格为 $p_1 + t$ ；商品 2 上的数量补贴，指的是你每买一件商品 2，政府补贴你 s 元钱，消费者实际面对的商品 2 的价格于是为 $p_2 - s$ 。新的预算线为

$$(p_1 + t)x_1 + (p_2 - s)x_2 = m - u$$

7. 是的，因为预算集扩大，消费者面对着更多甚至更好的选项。

第三章课后复习题答案

1. 不能。在 $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ 时，消费者可能选择 (x_1, x_2) 而非 (y_1, y_2) 。只有当我们频繁看到或者总是看到在 (y_1, y_2) 可供选择时，消费者选择了 (x_1, x_2) ，我们才能推断 $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$
2. 是传递的，是完全的。身高表示为实数。定义在实数上的大于或等于（即至少一样高）关系具有传递性和完备性。
3. 具有传递性，不具备完全性和反身性。这里的“...比...高”关系实际上是定义在实数上的大于关系，它显然具有传递性，不具备完全性和反身性。
4. 这个教练用两个属性定义球员：（身高，奔跑速度）。它们都取实数，因此，每个球员是两维空间中的一个点。教练在球员之间的偏好关系 \succsim ，实际上是定义在两维非负空间中的大于或等于（ \geq ）关系——这种关系具有传递性而不具有完全性。在教练看来，

张三 \succsim 李四 \Leftrightarrow 张三的(身高,速度) \geq 李四的(身高,速度)。

证明传递性。设张三 \succsim 李四且李四 \succsim 王五。则

张三的(身高,速度) \geq 李四的(身高,速度)

同时

李四的(身高,速度) \geq 王五的(身高,速度)

我们讲解过定义在两维空间中的关系“ \geq ”，它具有传递性（对吗？），即

张三的(身高,速度) \geq 王五的(身高,速度)

因此，

张三 \succsim 王五。

我们找个反例即能证明教练的偏好关系不具有完全性。设队员甲 = (1 米, 1000 公里)，队员乙 = (2 米, 10 公里)。这两个人无法用 \geq 排列，因此，教练无法对他们进行偏好排序。

5. 在偏好具有完全性和传递性（而不赋予它其他假定时），无差异曲线能够与自身相交——它不违背这两个公理。
6. 在偏好单调时，图 3.2 中的曲线绝不能是“一条”无差异曲线。以 x 点为原点，画出一条十字线。根据单调性， x 点右上方每个点都不在穿过 x 点的无差异曲线上。
7. 无差异曲线的斜率依然是负的。在第一象限中取一点。想象自此点向下走，凤尾鱼数量减少，消费者落在更好的无差异曲线上。让消费者回到此点所在的无差异曲线，需要增加香肠数量。

就是说，减少凤尾鱼数量，需要增加香肠，才能使他回到初始无差异曲线。因此，无差异曲线向下倾斜。

8. 我们对凸偏好的定义为：对任意商品束 $x \in X$ ， $\succsim x$ 是凸集。任取 $y, z \in X$ 且 $y \sim z$ 。根据凸偏好的定义， $\succsim y$ 是凸集。因此，（根据凸集的定义，）对任意的 $\lambda \in (0,1)$ ， $\lambda y + (1 - \lambda)z \in \succsim y$ 。就是说，

$$\lambda y + (1 - \lambda)z \succsim y$$

因为 $y \sim z$ ，因此，

$$\lambda y + (1 - \lambda)z \succsim z$$

所以说，凸偏好蕴含平均优于端点。

9. 对我而言，一张五元钱钞票 \sim 五张一元钱钞票。因此，我愿意一张五元钱钞票交换五张一元钱钞票而我依然位于本来的无差异曲线上。它们之间的交换率为 5。
10. 边际替代率为 0。因为无论多少数量的中性品 1，都无法换到一件商品 2。
11. 得你自己去想。

第四章复习题答案

1. 不是。任取实数 x 。在指数 n 为奇数($n-1$ 为偶数)时, x^n 是 x 的增函数, 即是正向单调转换, 因为

$$\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1} > 0$$

在 n 为偶数时, x^n 未必是 x 的正向单调转换。设 $n=2$ 。 $(-3)^n > 2^n$, 但是, $-3 < 2$ 。就是说, 在这个例子中, x^n 不是对 x 的正向单调转换。

2. 考察单调转换。只要可能, 直接把 u 对 v 求导, 只要一阶导数为正, u 就是 v 的单调转换。

- 1) $u' = 2 > 0$, 是。
- 2) $u' = 2/v^3$, 不是。当 $v = -1$ 时, $u' < 0$ 。
- 3) $u' = -2/v^3$, 不是。当 $v = 1$ 时, $u' < 0$ 。
- 4) $u' = 1/v$, 是, 因为根据自然对数函数的定义, $v > 0$ 。
- 5) $u' = e^{-v} > 0$, 是。
- 6) $u' = 2v$, 不是。当 $v = -1$ 时, $u' < 0$ 。
- 7) $u' = 2v$, 是。因为在 $v > 0$ 时, $u' > 0$ 。
- 8) $u' = 2v$, 不是。因为在 $v < 0$ 时, $u' < 0$ 。

3. 反证。从原点画一条射线, 线上的任何一个点 (x_1, x_2) 满足

$$x_2 = tx_1$$

在这里, $t \geq 0$ 。设它与一条无差异曲线相交两次, 将两个交点分别记为 (y_1, y_2) 和 (z_1, z_2) 。不失一般性, 设 $y_1 < z_1$ 。则 $y_2 < z_2$ 。则 $(y_1, y_2) < (z_1, z_2)$ 。单调性蕴含 $(z_1, z_2) > (y_1, y_2)$ 。矛盾。所以, 一条射线只能与一条无差异曲线相交一次。

4. 令 $u = \sqrt{v}$ 。则 $u' = \frac{1}{2\sqrt{v}}$ 。在 $v > 0$ 时, $u' > 0$ 。所以, $u = \sqrt{v}$ 是

对 v 的单调转换。令 $v(x_1, x_2) \equiv x_1 + x_2$ 。 u 和 v 表示同一偏好关系，即完全替代的偏好关系。

令 $u = 13v$ ， $v(x_1, x_2) \equiv x_1 + x_2$ 。 u 和 v 表示同一偏好关系，即完全替代的偏好关系。

5. 拟线性偏好。是的。因为在这个例子中， $x_1, x_2 \geq 0$ 。
6. 柯布-道格拉斯偏好。不是，不存在这种单调转换。是的， $w = u^4$ ，因为在这里， $x_1, x_2 \geq 0$ 。
7. 设 $u(x_1, x_2)$ 表示某一偏好关系。设 v 是 u 的单调转换，即存在某个递增函数 f 使得 $v = f(u)$ 。则 $v(x_1, x_2) \equiv f(u(x_1, x_2))$ 表示这一偏好关系。

给定效用函数 $u(x_1, x_2)$ ，在任何商品束 (x_1, x_2) 上，

$$MRS(x_1, x_2) = -\frac{u_1(x_1, x_2)}{u_2(x_1, x_2)}$$

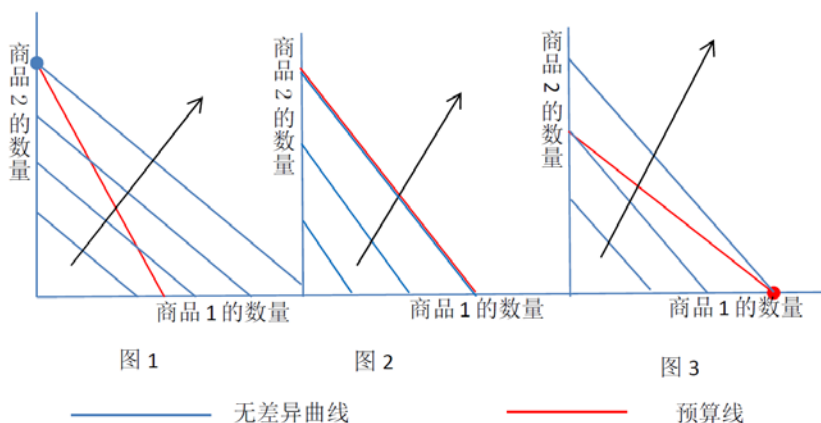
给定效用函数 $v(x_1, x_2)$ ，在 (x_1, x_2) 上，

$$\begin{aligned} MRS(x_1, x_2) &= -\frac{v_1(x_1, x_2)}{v_2(x_1, x_2)} = -\frac{f'(u(x_1, x_2)) \times u_1(x_1, x_2)}{f'(u(x_1, x_2)) \times u_2(x_1, x_2)} \\ &= -\frac{u_1(x_1, x_2)}{u_2(x_1, x_2)} \end{aligned}$$

两个函数下算得的边际替代率相同。

第五章课后复习题答案

1. 这里说的完全替代品是指按照 1:1 的比例替代的两种商品，边际替代率为-1。



设两种商品的价格分别为 p_1 和 p_2 ，预算为 m 。

- 1) 设 $\frac{p_1}{p_2} > 1 = |MRS|$ ，图 1。消费者将所有预算用于购买商品 2，购买量为 $\frac{m}{p_2}$ ；购买的商品 1 的数量为 0。因为在预算线上任何一点上， $\frac{p_1}{p_2} > |MRS|$ ，就是说，消费者在市场上出售一件商品 1，能得到 $\frac{p_1}{p_2}$ 件商品 2，大于他维持在初始无差异曲线上所需（要维持在初始无差异曲线上，他只需得到 $|MRS|$ 件商品 2），他的效用将增加。消费者将按照市场交换率，不断通过市场交易，减少商品 1 的数量，增加商品 2 的数量，直至到达点 $(0, \frac{m}{p_2})$ ——此时，她不再拥有商品 1，也就无法按照市场交换率继续交换。
- 2) 设 $\frac{p_1}{p_2} = 1 = |MRS|$ ，图 2，预算线与无差异曲线重合。在预算线上的任何一点，消费者沿预算线增加或减少商品 1 和减少或增加商品 2，都不能使自己到达更高的无差异曲线上。所以，在预算线上任何一点上，消费者都满足自己的状态。两种商品的消费数量因此为： $x_1 \in [0, \frac{m}{p_1}]$ 和 $x_2 \in [0, \frac{m}{p_2}]$ 并且 $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ 。

3) 设 $\frac{p_1}{p_2} < 1 = |MRS|$, 图 3, 情况与第一种情况正好相反。商品 1 的需求量为 $\frac{m}{p_1}$, 商品 2 的需求量为 $x_2 = 0$ 。

2. 在无差异曲线的斜率为 $-b$ 时, 边际替代率为 $-b$: 消费者愿意以 1 件商品 1 替代 b 件商品 2 而效用不变。

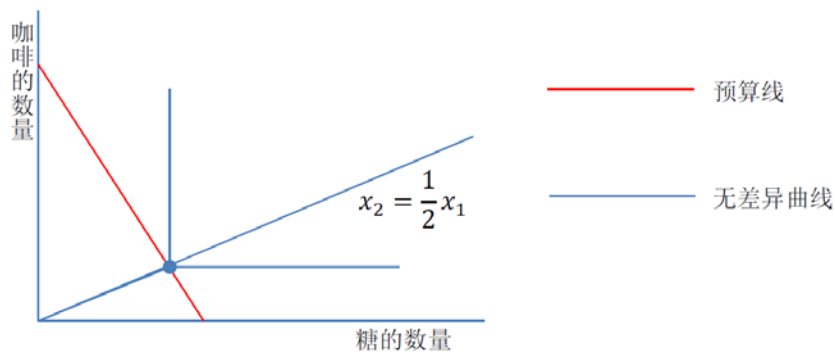
分三种情况讨论:

$$\frac{p_1}{p_2} > b = |MRS|, \frac{p_1}{p_2} = 1 = |MRS|, \frac{p_1}{p_2} < 1 = |MRS|。$$

分析方法与前一题完全相同。需求函数为

- 当 $\frac{p_1}{p_2} > b$ 时, $x_1(p_1, p_2, m) = 0, x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2}$ 。
- 当 $\frac{p_1}{p_2} = b$ 时, $x_1(p_1, p_2, m) \in [0, \frac{m}{p_1}], x_2(p_1, p_2, m) \in [0, \frac{m}{p_2}]$,
且 $p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$ 。
- 当 $\frac{p_1}{p_2} < b$ 时, $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1}, p_2 x_2(p_1, p_2, m) = 0$

3. 消费者以 $1:\frac{1}{2}$ 的比例消费糖与咖啡。



从图上可以看出[有一份讲义处理过类似问题], 最优解必然位于无差异曲线和比例消费线上。就是说, 消费者的选择满足:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \text{ 和 } x_2 = \frac{1}{2} x_1$$

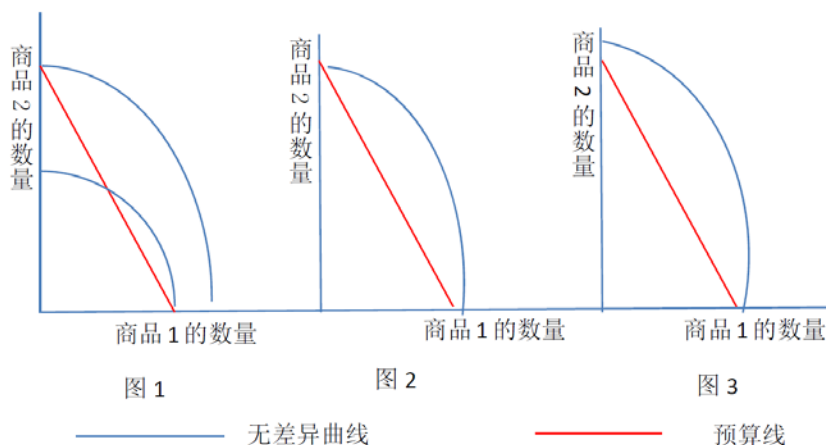
需求函数于是为

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}$$

$$x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1 + p_2}$$

还可以从另一个角度思考这一问题。消费者总是按照 2:1 的比例消费糖与咖啡，我们可以把 2 包糖与 1 杯咖啡打包为一种商品（二合一），打包商品的价格为两包糖的价格加上一杯咖啡的价格，即 $P = 2p_1 + p_2$ 。于是，消费者购买 $\frac{m}{2p_1 + p_2}$ 件二合一咖啡，其中咖啡的数量为 $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1 + p_2}$ ，糖的数量为 $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{2m}{2p_1 + p_2}$ 。

4. 给定 (p_1, p_2, m) ，根据高度非凸偏好的形状，可能有三种情况：



- 1) 在图 1 中，消费者选择的商品 1 的数量为 0，商品 2 的数量为 $\frac{m}{p_2}$ 。
- 2) 在图 2 中，消费者有两个选择：商品 1 的数量为 0，商品 2 的数量为 $\frac{m}{p_2}$ ；商品 1 的数量为 $\frac{m}{p_1}$ ，商品 2 的数量为 0。
- 3) 在图 3 中，消费者选择的商品 1 的数量为 $\frac{m}{p_1}$ ，商品 2 的数量为 0。

5. 消费者的最大化问题为：

$$\max_{x_1, x_2} x_1 x_2^4, \text{ s. t. } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

设最优解为 (x_1, x_2) ，它满足一阶条件，得到

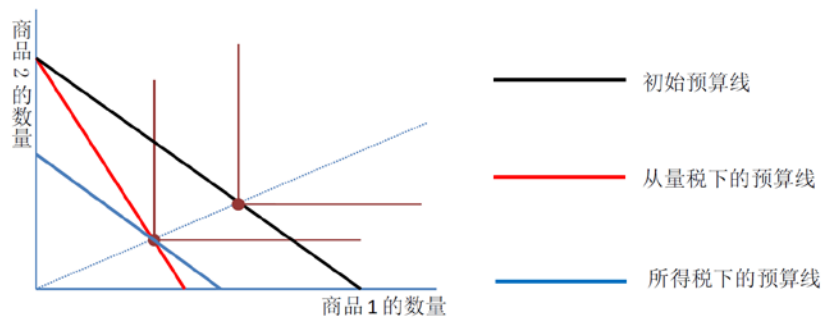
$$\frac{x_2}{4x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

得到

$$\frac{p_1x_1}{m} = \frac{1}{5} \quad \frac{p_2x_2}{m} = \frac{4}{5}$$

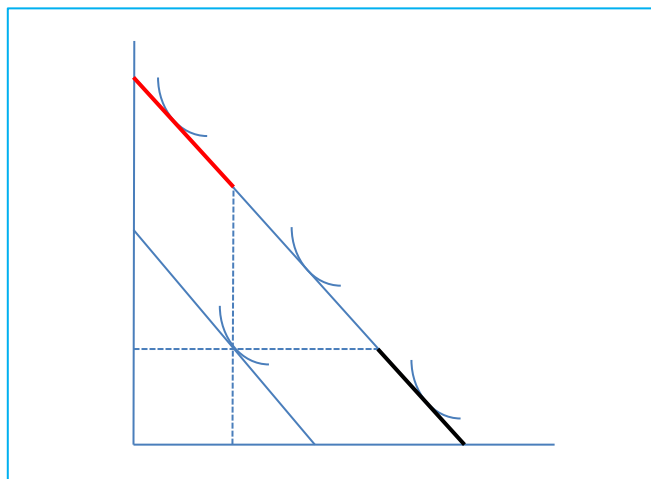
6. 在完全互补的偏好下，征收从量税和征收所得税，对消费者的影响相同。



第六章课后复习题答案

1、两种商品不可能都是低档品。

我们用两种方法说明这一结论。首先是图形说明：



在价格保持不变，随着收入上升，预算线向外平移。新的预算线与无差异曲线相切，切点或者①落在预算线上部红色区域中，或者②落在中部蓝色区域中，或者③落在下部黑色区域中。在情况①中，商品 1 数量下降，商品 2 数量上升：商品 1 是低档品，商品 2 是正常商品。在情况②中，商品 1 数量上升，商品 2 数量上升：两种商品都是正常商品。在情况③中，商品 1 数量上升，商品 2 数量下降：商品 1 是正常商品，商品 2 是低档商品。所以，两种商品不可能都是低档商品。

现在从数学上给出相对严密的说明。设需求函数分别为 $x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$ 和 $x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$ ，在价格始终保持不变时，我们可以将这两个函数简写为 $x_1 = x_1(m)$ 和 $x_2 = x_2(m)$ 。需求函数始终满足预算线，因为它们是效用最大化问题的解，因此，

$$p_1 x_1(m) + p_2 x_2(m) \equiv m$$

恒等号两边对 m 求导，得到

$$p_1 \frac{\partial x_1(m)}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2(m)}{\partial m} = 1$$

如果两种商品都为低档品，则上式中等号左边部分为负数。因此，两种商品不可能都为低档品。

下面两道题目与位似偏好有关。教材中关于位似偏好的定义：对商品空间中任意两个商品束 x 与 y ，如果 $x \succcurlyeq y$ 蕴含对所有的 $t \in [0,1]$ ， $tx \succcurlyeq ty$ ，则这种偏好为位似偏好（homothetic preference）。

2、求证：完全替代的偏好关系为位似偏好。

证明：完全替代的偏好关系的效用函数表示为 $u(x_1, x_2) = bx_1 + ax_2$ ：在任何一点上，消费者始终愿意用 a 件商品1替代 b 件商品2。任取两个商品束 $x = (x_1, x_2)$ 与 $y = (y_1, y_2)$ ，设 $x \succcurlyeq y$ ；任取 $t \in (0,1)$ 。则 $u(x) \geq u(y)$ ，即

$$bx_1 + ax_2 \geq by_1 + ay_2$$

于是，对所有的 $t \in (0,1)$ ，

$$b(tx_1) + a(tx_2) \geq b(ty_1) + a(ty_2)$$

因此，

$$(tx_1, tx_2) \succcurlyeq (ty_1, ty_2)$$

或者说，

$$tx \succcurlyeq ty$$

因此，完全替代的偏好关系为位似偏好。

3、求证：柯布-道格拉斯偏好为位似偏好。

证明：柯布道格拉斯偏好的效用函数表示为 $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$ 。任取两个商品束 $x = (x_1, x_2)$ 与 $y = (y_1, y_2)$ ，设 $x \succcurlyeq y$ ；任取 $t \in (0,1)$ 。则 $u(x) \geq u(y)$ ，即

$$x_1^\alpha x_2^\beta \geq y_1^\alpha y_2^\beta$$

于是，对所有的 $t \in (0,1)$ ，

$$t^{\alpha+\beta} x_1^\alpha x_2^\beta \geq t^{\alpha+\beta} y_1^\alpha y_2^\beta$$

就是说,

$$(tx_1)^\alpha(tx_2)^\beta \geq (ty_1)^\alpha(ty_2)^\beta$$

因此,

$$(tx_1, tx_2) \succcurlyeq (ty_1, ty_2)$$

或者说,

$$tx \succcurlyeq ty$$

因此, 柯布道格拉斯偏好关系为位似偏好。

- 4、需求曲线。收入扩张线给出了收入与最优商品束之间的关系, 描述随着收入变化, 在第一象限(商品空间)中, 最优商品束的变化轨迹。恩格尔曲线描述收入与一种商品的需求量之间的关系, 揭示随着收入的变化, 这种商品的需求量如何变化。

价格扩张线给出了一种商品(例如, 商品 1)的价格变化与最优商品束之间的关系, 描述随着商品 1 价格下降, 在第一象限(商品空间)中, 最优商品束的变化轨迹。需求曲线描述商品 1 的价格与商品 1 的需求量之间的关系, 揭示随着价格变化, 商品 1 的需求量如何变化。

- 5、不会。见前一章第四题。
- 6、替代品。
- 7、在两种商品以 1:1 的固定比例搭配消费时, 商品 1 的需求函数为

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}, \text{ 商品 1 的反需求函数为 } p_1 = \frac{m}{x_1} - p_2。$$

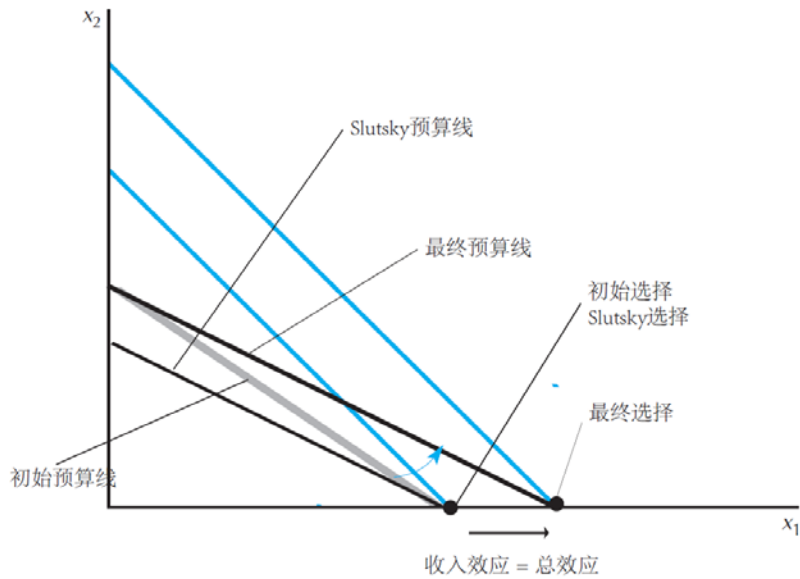
- 8、 $p_1 = -x_1$

第七章复习题答案

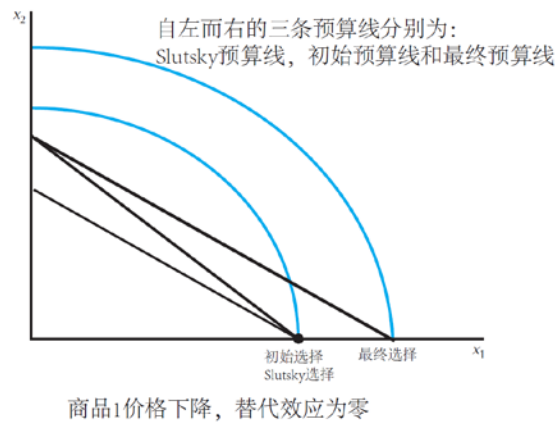
- 1、当价格为 $(p_1, p_2) = (1, 2)$ 时，消费者买得起商品束 $(y_1, y_2) = (2, 1)$ ，但他选择了 $(x_1, x_2) = (1, 2)$ ，因此， (x_1, x_2) 被直接显示优于 (y_1, y_2) 。当价格为 $(q_1, q_2) = (2, 1)$ 时，消费者买得起商品束 $(x_1, x_2) = (1, 2)$ ，但他选择了 $(y_1, y_2) = (2, 1)$ ，因此， (y_1, y_2) 被直接显示优于 (x_1, x_2) 。与显示偏好的弱公理（WARP）矛盾，因此与最大化行为模型不相一致。（课本图 7.4 描述了这种情况）
- 2、当价格为 $(p_1, p_2) = (2, 1)$ 时，消费者选择了 $(x_1, x_2) = (1, 2)$ ，而此时他买不起商品束 $(y_1, y_2) = (2, 1)$ ，因此，消费者的选择行为没有直接显示 (x_1, x_2) 优于 (y_1, y_2) 。当价格为 $(q_1, q_2) = (1, 2)$ 时，消费者选择了 $(y_1, y_2) = (2, 1)$ ，而此时他买不起商品束 $(x_1, x_2) = (1, 2)$ ，因此，消费者的选择行为没有直接显示 (y_1, y_2) 优于 (x_1, x_2) 。因为消费者的行为不满足显示偏好弱公理（WARP）的前提条件，因此，它没有违背弱公理，因此它与最大化行为模型一致。（课本 7.5 描述了这种情况）
- 3、无法做出判断。
- 4、两种商品的价格同比例上升，相对价格因此保持不变。收入指数化政策让消费者回到价格上升之前的预算线，此时，无论消费者有怎样的偏好，他都得到初始选择。
- 5、完全互补的偏好关系。

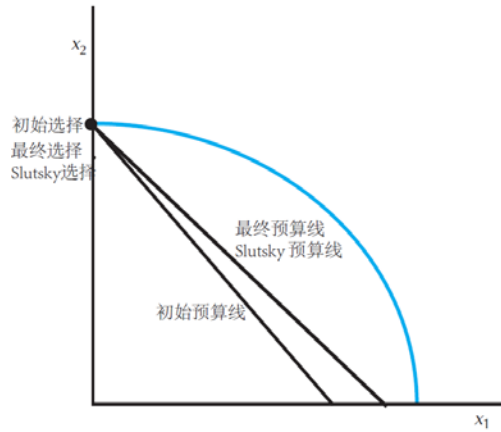
第八章课后复习题答案

1. 如图所示。初始选择与 Slutsky 预算线上的选择相同，因此，替代效应为零。从初始选择到最终选择的变化，等于收入效应。

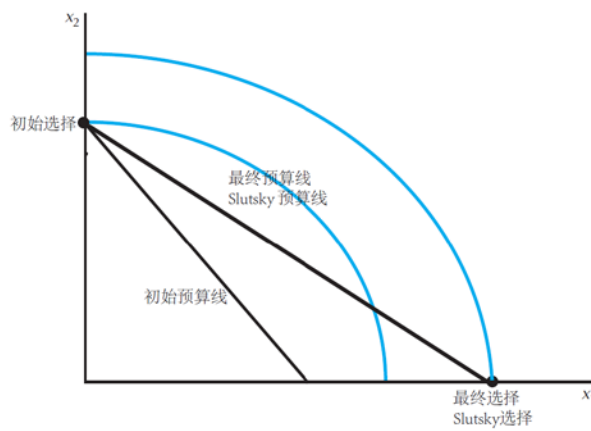


2. 是的。在下面三幅图中，商品 1 价格都下降。我们看到，替代效应或者为零，或者与价格变化方向相反。





替代效应为零



替代效应与价格方向相反

3. 设在征税前，消费者面对的预算线为

$$px + y = m。$$

设消费者的选择（初始选择）为 (\bar{x}, \bar{y}) ，它显然位于预算线上，即

$$p\bar{x} + \bar{y} = m。$$

政府按照初始汽油消费量退税，则退税额为 $t\bar{x}$ 。在征税后，消费者面对的预算线为

$$(p + t)x + y = m + t\bar{x}。$$

初始选择 (\bar{x}, \bar{y}) 位于这条预算线上。因此，征税后的预算线穿过初始选择点，只是变得更陡峭，因为消费者面对的两种商品的相对价格上升，由 p 上升至 $p + t$ 。征税后的预算线实际上是 Slutsky 预算线。设消费者在征税后的选择为 (x', y') 。消费者在征税前和后的选择的变化，全部为替代效应。在消费者所面对的价格上升时，替代效应为负。就是说，消费者对汽油的消费量下降（达到了政府征税的初衷）： $x' < \bar{x}$ 。

4. 政府获得的税收为 tx' ，退税额为 $t\bar{x}$ ： $tx' < t\bar{x}$ 。

5. 情况变好。在这种征税和退税制度下，消费者在征税后依然买得起初始选择——他的情况至少没有变差。

第9章课后复习题答案

- 考察净需求概念。设消费者对商品 1 的消费量为 x_1 ，他拥有的商品 1 的禀赋为 w_1 。则他对商品 1 的净需求量为 $x_1 - w_1$ 。因此，他对商品 1 的总需求量为：禀赋 + 净需求量
题目中的消费者的总需求量为 $(5, -3) + (4, 4) = (9, 1)$ 。

- 把题目中的“现期消费”改为“现在的选择是”。

第一个问题问消费者是否认为商品束(4,4)优于(3,5)。未必！我们无法用显示性偏好做出判断。因为消费者在给定价格下买不起商品束(3,5)。

第二个问题的答案是肯定的。在当前的禀赋与商品束(3,5)之间，他肯定想作为禀赋拥有(3,5)，因为(3,5)能给他带来更高收入。

- 答案不确定。但是，如果此消费者在商品 2 上是净卖方，则商品 2 价格上升将提高他的福利。
- 答案不确定。美国在汽油上是净买方。在汽油价格上涨后，如果他依然为净买方，则他的境况肯定变差。如果他在价格上涨后，改变了身份，变为净卖方，则相对于初始情况，他的境况可能变好，当然也可能变差。
- 时间禀赋上升，预算线向外移动。

- 我们看 Slutsky 方程：

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \frac{\Delta R^s}{\Delta w} + \underbrace{(\bar{R} - R)}_{+} \underbrace{\frac{\Delta R}{\Delta m}}_{-}$$

在闲暇为低档品时，根据低档品的定义，

$$\frac{\Delta R}{\Delta m} < 0。$$

因为 $\bar{R} - R > 0$ ，所以，全部收入效应为负：

$$(\bar{R} - R) \frac{\Delta R}{\Delta m} < 0。$$

因为替代效应始终为负，就是说，

$$\frac{\Delta R^s}{\Delta w} < 0，$$

所以，全部效应为负，即

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} < 0$$

因此，

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} > 0。$$

就是说，在闲暇为低档品时，劳动力供给曲线向上倾斜。