

# 中级微观经济学

SLUTSKY方程

---

---

---

---

---

---

---

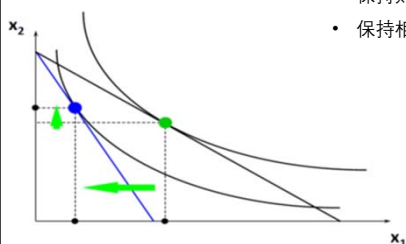
---

商品1价格上升

预算线围绕着  $(0, \frac{m}{p_2})$  向内旋转

价格上升，可分拆为两个变化：

- 保持购买力不变，相对价格上升
- 保持相对价格不变，购买力下降




---

---

---

---

---

---

---

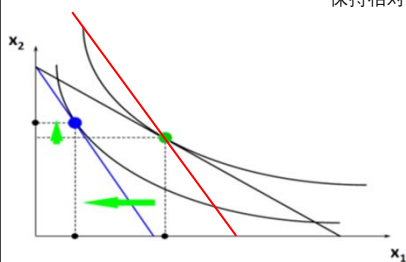
---

商品1价格上升

预算线围绕着  $(0, \frac{m}{p_2})$  向内旋转

价格上升，可分拆为两个变化：

- 保持购买力不变，相对价格上升
- 保持相对价格不变，购买力下降




---

---

---

---

---

---

---

---

Slutsky分解

- (购买力不变时) 相对价格的变化所导致的选择的变化, 为**替代效应**
- (相对价格不变时) 购买力变化所导致的选择的变化, 为**收入效应**

---

---

---

---

---

---

---

---

设需求函数为： $(x_1(\cdot, \cdot, \cdot), x_2(\cdot, \cdot, \cdot))$

- **初始价格-收入**为 $(p_1, p_2, m)$
- **初始预算线**为 $p_1x_1 + p_2x_2 = m$
- **消费者的选择**为： $A \equiv (a_1, a_2)$ 
  1.  $(a_1, a_2) = (x_1(p_1, m), x_2(p_1, m))$
  2.  $p_1a_1 + p_2a_2 = m$
  3.  $MRS(A) = \frac{p_1}{p_2}$

---

---

---

---

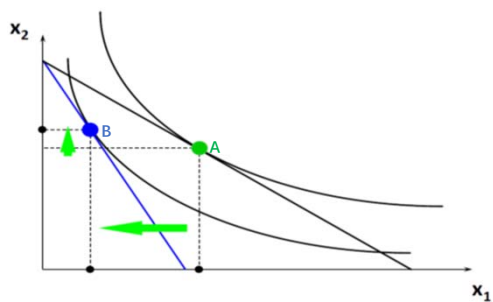
---

---

---

---

商品1价格上升




---

---

---

---

---

---

---

---

设需求函数为： $(x_1(\cdot, \cdot, \cdot), x_2(\cdot, \cdot, \cdot))$

- 最终价格-收入为 $(p'_1, p_2, m)$   
 设 $p'_1 > p_1$ 。  $\Delta p_1 = p'_1 - p_1 > 0$
- 最终预算线为 $p'_1 x_1 + p_2 x_2 = m$
- 消费者的选择为： $C \equiv (c_1, c_2)$ 
  1.  $(c_1, c_2) = (x_1(p'_1, m), x_2(p'_1, m))$
  2.  $p'_1 c_1 + p_2 c_2 = m$

---

---

---

---

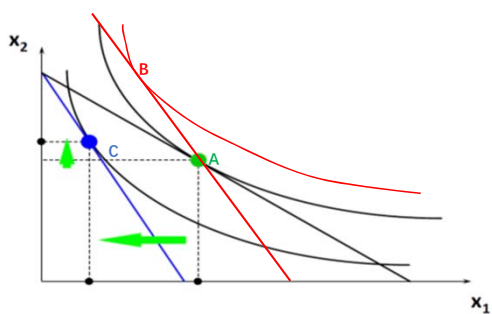
---

---

---

---

商品1价格上升




---

---

---

---

---

---

---

---

设需求函数为： $(x_1(\cdot, \cdot, \cdot), x_2(\cdot, \cdot, \cdot))$

构造Slutsky预算线，它

- ① 穿过初始选择点 $A \equiv (a_1, a_2)$ ：相对于初始状态，购买力保持不变
- ② 与最终预算线平行，即斜率为 $-\frac{p'_1}{p_2}$ ：相对于初始状态，相对价格改变

Slutsky预算线为：

$$\begin{aligned}
 p'_1 x_1 + p_2 x_2 &= p'_1 a_1 + p_2 a_2 \\
 &= (p'_1 a_1 - p_1 a_1) + (p_1 a_1 + p_2 a_2) \\
 &= \Delta p_1 \times a_1 + m \\
 &= m + \Delta m
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta m &= \Delta p_1 \times a_1 \\
 \frac{\Delta m}{\Delta p_1} &= a_1
 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

设需求函数为： $(x_1(\cdot, \cdot, \cdot), x_2(\cdot, \cdot, \cdot))$

- Slutsky预算线： $p'_1 x_1 + p_2 x_2 = m + \Delta m$
- 所定义的决策环境为 $(p'_1, p_2, m + \Delta m)$
- 消费者的选择为： $B = (b_1, b_2)$ 
  1.  $(b_1, b_2) = (x_1(p'_1, m + \Delta m), x_2(p'_1, m + \Delta m))$
  2.  $p'_1 b_1 + p_2 b_2 = m + \Delta m$
  3.  $MRS(B) = \frac{p'_1}{p_2}$

---

---

---

---

---

---

---

---

### 商品1价格上升的替代效应

- A是初始预算线下的选择，B是Slutsky预算线下的选择，
- 从初始预算线到Slutsky预算线，购买力不变但相对价格改变
- 从A到B的变化，为替代效应
- 在商品1上，替代效应为
 
$$\Delta x_1^s = b_1 - a_1$$
- 在商品2上，替代效应为
 
$$\Delta x_2^s = b_2 - a_2$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### 商品1价格上升的替代效应：一种解释

- 在A点， $MRS(A) = \frac{p_1}{p_2}$
- 因为商品1价格上升， $\frac{p_1}{p_2} < \frac{p'_1}{p_2}$
- 因此， $MRS(A) < \frac{p'_1}{p_2}$
- 在Slutsky预算线上，在A点，消费者将减少商品1的数量，增加商品2的数量，最终到达B点。
- 因此， $\Delta x_1^s = b_1 - a_1 < 0$ ， $\Delta x_2^s = b_2 - a_2 > 0$

---

---

---

---

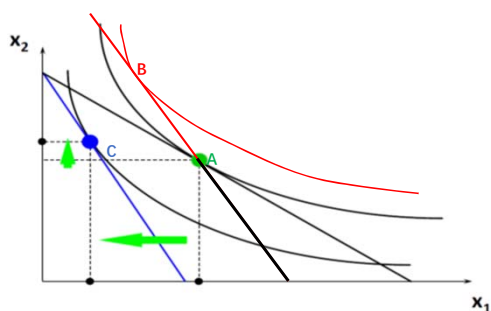
---

---

---

---

## 商品1价格上升的替代效应：另一种解释




---

---

---

---

---

---

---

---

## 商品1价格上升的收入效应

- B是Slutsky预算线下的选择，C是最终预算线下的选择，
- 从Slutsky预算线到最终预算线，相对价格不变但购买力改变
- 从B到C的变化，为收入效应
- 在商品1上，收入效应为

$$\Delta x_1^r = c_1 - b_1$$

- 在商品2上，收入效应为

$$\Delta x_2^r = c_2 - b_2$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## Slutsky分解

- $\Delta x_1$
- $= c_1 - a_1$
- $= (c_1 - b_1) + (b_1 - a_1)$
- $= (x_1(p'_1, m) - x_1(p'_1, m + \Delta m)) + (x_1(p'_1, m + \Delta m) - x_1(p_1, m))$
- $= \Delta x_1^s + \Delta x_1^r$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

初始环境为 $(p_1, p_2, m)$

消费者的选择为：

$$A = (a_1, a_2) = \left( \frac{1}{2} \frac{m}{p_1}, \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} \right)$$

最终环境为 $(p'_1, p_2, m)$

消费者的选择为：

$$C = (c_1, c_2) = \left( \frac{1}{2} \frac{m}{p'_1}, \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} \right)$$

Slutsky预算线为：

$$p'_1 x_1 + p_2 x_2 = p'_1 a_1 + p_2 a_2$$

消费者的选择为：

$$B = (b_1, b_2) = \left( \frac{1}{2} \frac{p'_1 a_1 + p_2 a_2}{p'_1}, \frac{1}{2} \frac{p'_1 a_1 + p_2 a_2}{p_2} \right)$$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

商品1价格上升的替代效应

- A是初始预算线下的选择，B是Slutsky预算线下的选择。
- 从初始预算线到Slutsky预算线，购买力不变但相对价格改变
- 从A到B的变化，为替代效应
- 在商品1上，替代效应为

$$\Delta x_1^s = b_1 - a_1 = \frac{1}{2} \frac{p'_1 a_1 + p_2 a_2}{p'_1} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_1} = \frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1}{p'_1} + \frac{1}{2} \frac{m}{p'_1} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_1}$$

- 在商品2上，替代效应为

$$\Delta x_2^s = b_2 - a_2 = \frac{1}{2} \frac{p'_1 a_1 + p_2 a_2}{p_2} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} = \frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1 + m}{p_2} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} = \frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1}{p_2}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

商品1价格上升的收入效应

- B是Slutsky预算线下的选择，C是最终预算线下的选择。
- 从Slutsky预算线到最终预算线，购买力下降但相对价格不变
- 从B到C的变化，为收入效应
- 在商品1上，收入效应为

$$\Delta x_1^r = c_1 - b_1 = \frac{1}{2} \frac{m}{p'_1} - \frac{1}{2} \frac{p'_1 a_1 + p_2 a_2}{p'_1} = \frac{1}{2} \frac{m}{p'_1} - \frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1 + m}{p'_1} = -\frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1}{p'_1}$$

- 在商品2上，收入效应为

$$\Delta x_2^r = c_2 - b_2 = \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} - \frac{1}{2} \frac{p'_1 a_1 + p_2 a_2}{p_2} = \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} - \frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1 + m}{p_2} = -\frac{1}{2} \frac{(p'_1 - p_1) a_1}{p_2}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$       商品1价格上升的总效应

- A是初始预算线下的选择，C是最终预算线下的选择，
- 从初始预算线到最终预算线，购买力下降且相对价格改变
- 从A到C的变化，为总效应
- 在商品1上，总效应为

$$\Delta x_1 = c_1 - a_1 = \frac{1}{2} \frac{m}{p_1'} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_1}$$

- 在商品2上，总效应为

$$\Delta x_2 = c_2 - a_2 = \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_2} = 0$$


---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$

	替代效应	收入效应	总效应
商品1	$\frac{1}{2} \frac{(p_1' - p_1) a_1}{p_1'} + \frac{1}{2} \frac{m}{p_1'} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_1}$	$-\frac{1}{2} \frac{(p_1' - p_1) a_1}{p_1'}$	$\frac{1}{2} \frac{m}{p_1'} - \frac{1}{2} \frac{m}{p_1}$
商品2	$\frac{1}{2} \frac{(p_1' - p_1) a_1}{p_2}$	$-\frac{1}{2} \frac{(p_1' - p_1) a_1}{p_2}$	0

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$

初始环境为  $(p_1, p_2, m)$       Slutsky预算线为：  
 消费者的选择为：  
 $A = (a_1, a_2) = \left( \frac{p_2}{p_1}, m - \frac{p_2}{p_1} \right)$       消费者的选择为：  
 $B = (b_1, b_2) = \left( \frac{p_2}{p_1'}, p_1' a_1 + p_2 a_2 - \frac{p_2}{p_1'} \right)$

最终环境为  $(p_1', p_2, m)$   
 消费者的选择为：  
 $C = (c_1, c_2) = \left( \frac{p_2}{p_1'}, m - \frac{p_2}{p_1'} \right)$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$  商品1价格上升的替代效应

- A是初始预算线下的选择，B是Slutsky预算线下的选择，
- 从初始预算线到Slutsky预算线，购买力不变但相对价格改变
- 从A到B的变化，为替代效应
- 在商品1上，替代效应为

$$\Delta x_1^s = b_1 - a_1 = \frac{p_2}{p_1'} - \frac{p_2}{p_1}$$

- 在商品2上，替代效应为

$$\Delta x_2^s = b_2 - a_2 = \left[ p_1' a_1 + p_2 a_2 - \frac{p_2}{p_1'} \right] - \left[ m - \frac{p_2}{p_1} \right]$$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$  商品1价格上升的收入效应

- B是Slutsky预算线下的选择，C是最终预算线下的选择，
- 从Slutsky预算线到最终预算线，购买力下降但相对价格不变
- 从B到C的变化，为收入效应
- 在商品1上，收入效应为

$$\Delta x_1^i = c_1 - b_1 = \frac{p_2}{p_1'} - \frac{p_2}{p_1'} = 0$$

- 在商品2上，收入效应为

$$\Delta x_2^i = c_2 - b_2 = \left[ m - \frac{p_2}{p_1'} \right] - \left[ p_1' a_1 + p_2 a_2 - \frac{p_2}{p_1'} \right] = m - [p_1' a_1 + p_2 a_2]$$

---

---

---

---

---

---

---

---

例子： $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$  商品1价格上升的总效应

- A是初始预算线下的选择，C是最终预算线下的选择，
- 从初始预算线到最终预算线，购买力下降且相对价格改变
- 从A到C的变化，为总效应
- 在商品1上，总效应为

$$\Delta x_1 = c_1 - a_1 = \frac{p_2}{p_1'} - \frac{p_2}{p_1}$$

- 在商品2上，总效应为

$$\Delta x_2 = c_2 - a_2 = \left[ m - \frac{p_2}{p_1'} \right] - \left[ m - \frac{p_2}{p_1} \right] = \frac{p_2}{p_1} - \frac{p_2}{p_1'}$$

---

---

---

---

---

---

---

---



例子： $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$

	替代效应	收入效应	总效应
商品1	$\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}$	0	$\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}$
商品2	$\left[ p_1' a_1 + p_2 a_2 - \frac{p_2}{p_1'} \right] - \left[ m - \frac{p_2}{p_1} \right]$	$m - [p_1' a_1 + p_2 a_2]$	$\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_2}{p_1'}$

---

---

---

---

---

---

---

---

Slutsky分解

- $\Delta x_1 = (c_1 - b_1) + (b_1 - a_1)$
- $\Delta x_1 = [x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m + \Delta m)] + (x_1(p_1', m + \Delta m) - x_1(p_1, m))$
- $\Delta x_1 = \Delta x_1^s + [x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m + \Delta m)]$
- $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{[x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m + \Delta m)]}{\Delta p_1}$
- $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{x_1(p_1', m + \Delta m) - x_1(p_1', m)}{\Delta m} \frac{\Delta m}{\Delta p_1} \right]$
- $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right]$

---

---

---

---

---

---

---

---

Slutsky分解

- $\Delta x_2 = (c_2 - b_2) + (b_2 - a_2)$
- $\Delta x_2 = [x_2(p_1', m) - x_2(p_1', m + \Delta m)] + (x_2(p_1', m + \Delta m) - x_2(p_1, m))$
- $\Delta x_2 = \Delta x_2^s + [x_2(p_1', m) - x_2(p_1', m + \Delta m)]$
- $\frac{\Delta x_2}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_2^s}{\Delta p_1} + \frac{[x_2(p_1', m) - x_2(p_1', m + \Delta m)]}{\Delta p_1}$
- $\frac{\Delta x_2}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_2^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{x_2(p_1', m + \Delta m) - x_2(p_1', m)}{\Delta m} \frac{\Delta m}{\Delta p_1} \right]$
- $\frac{\Delta x_2}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_2^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{\Delta x_2^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right]$

---

---

---

---

---

---

---

---

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right]$$

商品1价格上升1元钱，所导致的需求量的变化 = 商品1价格上升1元钱的替代效应 (-) + 商品1价格上升1元钱的收入效应

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_2^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{\Delta x_2^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right]$$

商品1价格上升1元钱，所导致的需求量的变化 = 商品1价格上升1元钱的替代效应 (+) + 商品1价格上升1元钱的收入效应

---

---

---

---

---

---

---

---

设商品1是正常商品： $\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} > 0$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \times 1 = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} \times 1 + \left[ -\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right] \times 1$$

$\downarrow$   
 $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}$   
 $\downarrow$   
 商品1是一般商品

需求法则：  
如果商品是正常商品，则它是一般商品

---

---

---

---

---

---

---

---

设商品1是低档商品： $\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} < 0$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \times 1 = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} \times 1 + \left[ -\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right] \times 1$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{符号不确定}}$

如果商品1非常低档，即收入上升一元钱导致需求量下降很多，收入效应压倒替代效应，则右边项符号为正，于是，左边项符号为正，商品1就是吉芬商品

如果商品1不很低档，即收入上升一元钱导致需求量下降不多，替代效应压倒收入效应，则右边项符号为负，于是，左边项符号为负，商品1就是一般商品

---

---

---

---

---

---

---

---

商品1是吉芬商品： $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} > 0$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \times 1 = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} \times 1 + \underbrace{-\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}_{+} x_1(p_1, m) \times 1$$

商品1就是低档品

---

---

---

---

---

---

---

---

商品1是一般商品： $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \times 1 = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} \times 1 + \underbrace{-\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}_{-?} x_1(p_1, m) \times 1$$

---

---

---

---

---

---

---

---

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_2^s}{\Delta p_1} + \left[ -\frac{\Delta x_2^m}{\Delta m} x_1(p_1, m) \right]$$

商品1价格上升1元钱，  
所导致的需求量的变化

商品1价格上升1元钱的  
替代效应  
(+)

商品1价格上升1元钱的  
收入效应

---

---

---

---

---

---

---

---

### 实时定价

消费者消费两种商品：电力和其他商品。其他商品的价格始终为1

在非高峰用电时期，电价便宜，为 $p_1$ 。消费者对电的消费量被确定为基准用电量，设为 $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ 。

在用电高峰，电价提高至 $p'_1$ 。但是，电力公司返还一部分电费，返还额为 $(p'_1 - p_1)\bar{x}_1$

初始决策环境为 $(p_1, 1, m)$

画出预算线，表明消费者的选择 $\bar{x}$

画出电价上涨后的预算线

用电高峰时期，消费者的预算线为

$$p'_1 x_1 + x_2 = m + (p'_1 - p_1)\bar{x}_1$$

整理得到：

$$p_1 \bar{x}_1 + p'_1 (x_1 - \bar{x}_1) + x_2 = m$$

可理解为在实际用电量超过定额时，定额内部分 $\bar{x}_1$ 依然享受本来的电价 $p_1$ ，超额部分 $x_1 - \bar{x}_1$ 则适用高电价 $p'_1$ 。

---

---

---

---

---

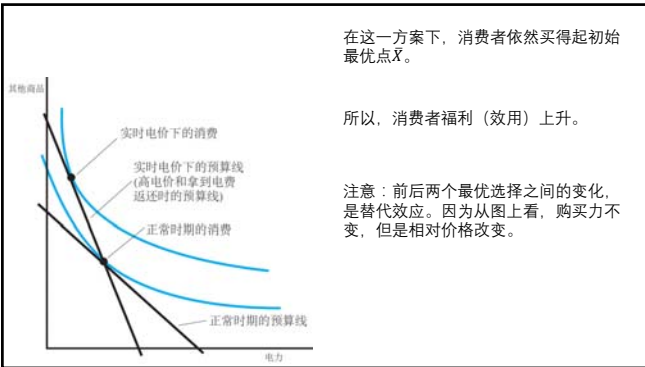
---

---

---

---

---



在这一方案下，消费者依然买得起初始最优 $\bar{x}$ 。

所以，消费者福利(效用)上升。

注意：前后两个最优选择之间的变化，是替代效应。因为从图上看，购买力不变，但是相对价格改变。

---

---

---

---

---

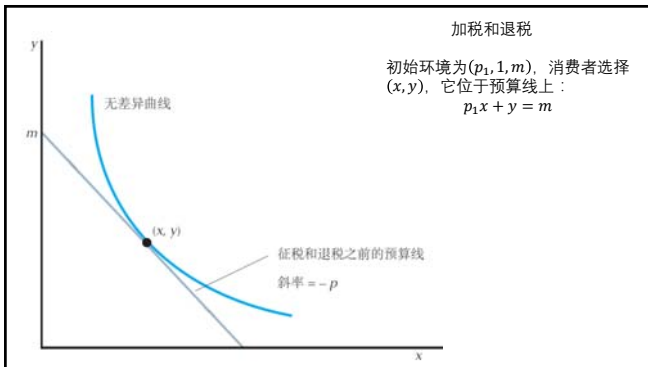
---

---

---

---

---



### 加税和退税

初始环境为 $(p_1, 1, m)$ ，消费者选择 $(x, y)$ ，它位于预算线上：  
 $p_1 x + y = m$

---

---

---

---

---

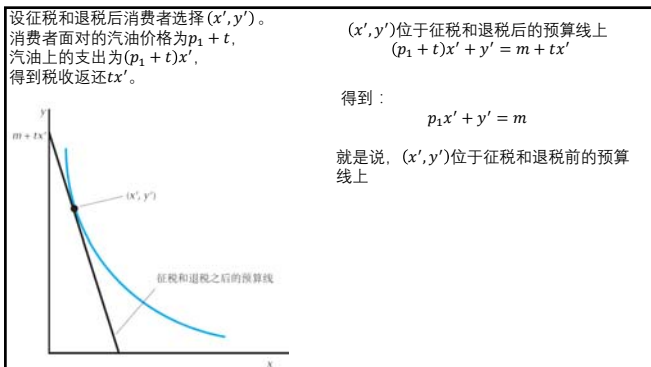
---

---

---

---

---




---

---

---

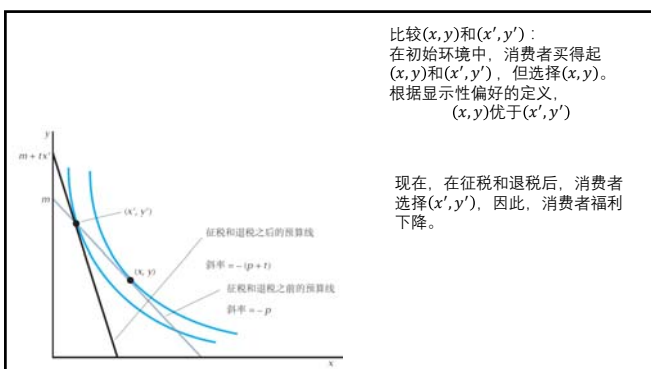
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

中级微观经济学  
 买且卖；劳动力供给

---

---

---

---

---

---

---

---

比较静态分析 探讨参数值的变化对最优解或均衡解的影响

$p_1$ 、 $p_2$ 和 $m$ 是效用最大化问题中的参数

商品1的需求函数 $x_1(p_1, p_2, m)$ 是最优解

$m = m^1$ 时, 需求量为 $x_1(p_1, p_2, m^1)$ ;

$m = m^2$ 时, 需求量为 $x_1(p_1, p_2, m^2)$ 。

$x_1(p_1, p_2, m^2) - x_1(p_1, p_2, m^1)$ 的符号是?

在需求函数可微时, 偏导数 $\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m}$ 的符号是?

---

---

---

---

---

---

---

---

当收入 $m$ 来自禀赋时,

设只有两种商品: 商品1与商品2。

设消费者拥有 $\omega_1$ 数量的商品1和 $\omega_2$ 数量的商品2—— $(\omega_1, \omega_2)$ 为禀赋向量。

设商品1和2的为 $p_1$ 和 $p_2$ 。

设消费者的效用函数为 $u(x_1, x_2)$ 。

消费者在商品束 $(x_1, x_2)$ 上发生的支出为 $p_1x_1 + p_2x_2$

消费者在市场上出售 $(\omega_1, \omega_2)$ , 获得货币收入 $p_1\omega_1 + p_2\omega_2$

预算线为 $p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$

---

---

---

---

---

---

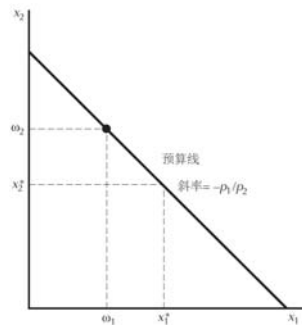
---

---

预算线为:  $p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$ ,

$$x_2 = -\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{p_1\omega_1 + p_2\omega_2}{p_2}$$

斜率为 $-\frac{p_1}{p_2}$ , 穿过禀赋点 $(\omega_1, \omega_2)$




---

---

---

---

---

---

---

---

### 消费者的选择

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) \quad s.t. \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

设最优解为  $X = (x_1^*, x_2^*)$ 。它满足一阶条件：

$$MRS(x_1^*, x_2^*) = -\frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

需求函数为：

$$x_1^* = x_1(p_1, p_2, p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2)$$

$$x_2^* = x_2(p_1, p_2, p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2)$$

---

---

---

---

---

---

---

---

商品1上的净需求量为  $x_1^* - \omega_1$

商品2上的净需求量为  $x_2^* - \omega_2$

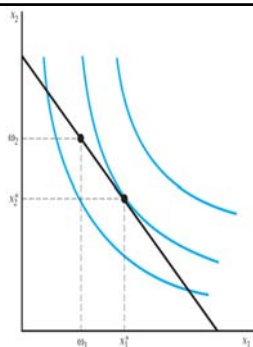
$x_1^* - \omega_1 > 0$ ，商品1上的净买

$x_1^* - \omega_1 < 0$ ，商品1上的净卖

$(x_1^*, x_2^*)$  满足预算线：

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

$$p_1 (x_1^* - \omega_1) = -p_2 (x_2^* - \omega_2)$$




---

---

---

---

---

---

---

---

### 比较静态分析：禀赋变化

禀赋变化导致收入变化：收入增加、减少或不变

设禀赋改变，由  $(\omega_1, \omega_2)$  变为  $(\omega'_1, \omega'_2)$

收入由  $p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$  变为  $p_1 \omega'_1 + p_2 \omega'_2$

设  $p_1 \omega'_1 + p_2 \omega'_2 > p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$ ,

- 收入增加，初始预算线向外平移。
- 预算集扩大，消费者的福利上升。
- 在商品1和2都是正常商品时，两种商品的需求量将上升。
- 在商品1为低档品时，商品1的需求量下降，商品2的需求量上升。
- 在商品2是低档品时，商品1的需求量上升，商品2的需求量下降。

---

---

---

---

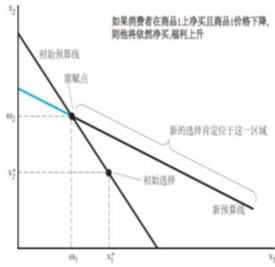
---

---

---

---

比较静态分析：商品1价格下降




---

---

---

---

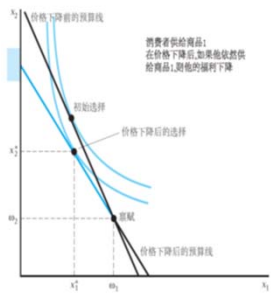
---

---

---

---

比较静态分析：商品1价格下降



如果他在价格下降后, 由净买改为净卖, 他的选择将位于“价格下降后的预算线”上禀赋点右下方区域。

相对于初始选择, 他的福利增加还是下降?

---

---

---

---

---

---

---

---

比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

初始状态为

$$(p_1, p_2; \omega_1, \omega_2)$$

禀赋的价值 (货币收入) 为

$$m \equiv p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

消费者的选择为

$$(x_1(p_1, m), x_2(p_1, m))$$

消费者的选择满足

$$p_1 x_1(p_1, m) + p_2 x_2(p_1, m) = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

---

---

---

---

---

---

---

---



## 比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

最终状态为

$$(p'_1, p_2; \omega_1, \omega_2)$$

商品1的价格由 $p_1$ 上升到 $p'_1$ ，价格变化为

$$\Delta p_1 \equiv p'_1 - p_1$$

禀赋的价值（货币收入）为

$$m'' \equiv p'_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$

消费者的选择为

$$(x_1(p'_1, m''), x_2(p'_1, m''))$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

总效应

由商品1价格变化导致的商品1需求量的变化为

$$\Delta x_1 \equiv x_1(p'_1, m'') - x_1(p_1, m)$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

Slutsky预算线

价格改变但购买力不变，决策环境为

$$(p'_1, p_2; x_1(p_1, m), x_2(p_1, m))$$

消费者的收入为

$$m' \equiv p'_1 x_1(p_1, m) + p_2$$

消费者的选择为

$$(x_1(p'_1, m'), x_2(p'_1, m'))$$

---

---

---

---

---

---

---

---

比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

替代效应

$$\Delta x_1^s \equiv x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)$$

收入效应

$$\Delta x_1^n \equiv x_1(p_1', m'') - x_1(p_1', m')$$

总效应 = 替代效应 + 收入效应

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$

---

---

---

---

---

---

---

---

比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

从Slutsky预算线到最终预算线，收入变化为

$$\begin{aligned} \Delta m \\ \equiv \Delta p_1 [\omega_1 - x_1(p_1, m)] \end{aligned}$$

得到

$$\frac{\Delta m}{\Delta p_1} = \omega_1 - x_1(p_1, m)$$

---

---

---

---

---

---

---

---

比较静态分析：价格变化的Slutsky分解

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$$

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}$$

$$= \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^n}{\Delta p_1}$$

$$= \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m} \frac{\Delta m}{\Delta p_1}$$

$$= \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + [\omega_1 - x_1(p_1, m)] \frac{\Delta x_1^n}{\Delta m}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (\omega_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$$

净买:-
正常商品:+  
净卖:+
低档品:-

---

---

---

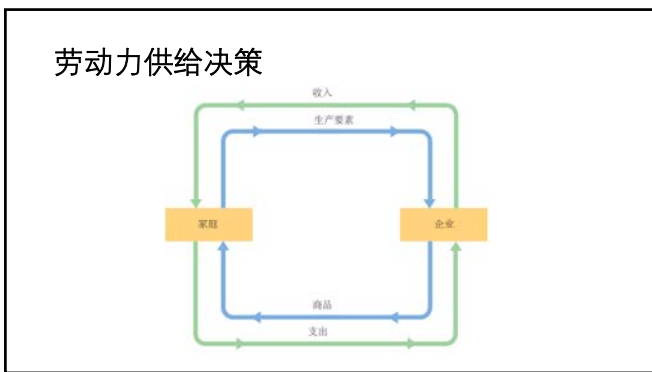
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

- ### 劳动力供给决策
- 消费者有非劳动收入  $m$ ,
  - 有固定的时间禀赋  $\bar{L}$ 。
  - 设小时工资率（即劳动力的价格）外生给定，为  $w$ 。
  - 只有一种商品，称之为消费品，价格为  $p$ 。
  - 效用函数为  $u(c, R)$
  - $c$ 是消费品数量， $R$ 是消费者享受的闲暇（小时数），都是正常商品

---

---

---

---

---

---

---

---

## 预算线

支出不能超过收入： $pc = m + wL$ ,  $L \leq \bar{L}$

整理得到  $pc + w\bar{L} - wL = m + w\bar{L}$ ,  $L \leq \bar{L}$

整理，得到  $pc + w(\bar{L} - L) = m + w\bar{L}$ ,  $L \leq \bar{L}$

定义新的商品“闲暇”，用  $R$  表示闲暇的数量：

$$R \equiv \bar{L} - L = \text{全部时间} - \text{劳动时间}$$

定义

$$\bar{c} \equiv \frac{m}{p}$$

是家庭的实际非劳动收入——用消费品数量表示的家庭非劳动收入

预算线为

$$pc + wR = p\bar{c} + w\bar{R}, \quad 0 \leq R$$

$(\bar{R}, \bar{c})$  为家庭拥有的闲暇与消费品禀赋，价格为  $(w, p)$ 。

消费者的问题为

$$\max_{c, R} u(c, R), \quad \text{s.t. } pc + wR = p\bar{c} + w\bar{R}$$

设最优解为  $(c, R)$ 。它满足一阶条件：

$$\frac{MU_R(c, R)}{MU_c(c, R)} = \frac{w}{p}$$

$$pc + wR = p\bar{c} + w\bar{R}$$

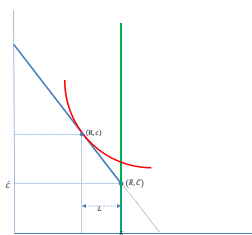
最优解是对消费品的需求函数和对闲暇的需求函数：

$$c = c(w, p; \bar{R}, \bar{c})$$

$$R = R(w, p; \bar{R}, \bar{c})$$

劳动力供给函数为

$$L = L(w, p; \bar{R}, \bar{c}) = \bar{R} - R(w, p; \bar{R}, \bar{c})$$



劳动力供给（闲暇需求）的比较静态分析

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \frac{\Delta R^s}{\Delta w} + \underbrace{(\bar{R} - R) \frac{\Delta R}{\Delta m}}_{+}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

当替代效应很大时(|替代效应| > |收入效应|)时,  
工资上升（闲暇变贵），闲暇减少，

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} < 0$$

劳动力供给增加，

$$\frac{\Delta L}{\Delta w} > 0$$

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \frac{\Delta R^s}{\Delta w} + \underbrace{(\bar{R} - R) \frac{\Delta R}{\Delta m}}_{+}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

当收入效应很大时(|替代效应| < |收入效应|)时,  
工资上升，劳动收入上升，消费更多闲暇，

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} > 0$$

劳动力供给减少，

$$\frac{\Delta L}{\Delta w} < 0$$

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \frac{\Delta R^s}{\Delta w} + \underbrace{(\bar{R} - R) \frac{\Delta R}{\Delta m}}_{+}$$

---

---

---

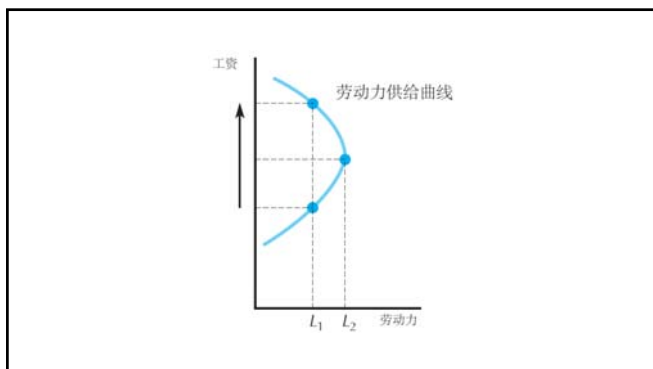
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

劳动力供给决策

$$\max_{c,L} u(c,L), \quad \text{s.t. } pc = wL$$

$$\frac{\partial u(c,L)}{\partial L} < 0 \quad \frac{\partial^2 u(c,L)}{\partial L^2} > 0$$

$$\max_L u\left(\frac{wL}{p}, L\right)$$

$$u_c\left(\frac{wL}{p}, L\right) \frac{w}{p} + u_L\left(\frac{wL}{p}, L\right) = 0$$

$$\frac{u_L\left(\frac{wL}{p}, L\right)}{u_c\left(\frac{wL}{p}, L\right)} = \frac{w}{p}$$


---

---

---

---

---

---

---

---

中级微观经济学

两时期消费和储蓄模型

---

---

---

---

---

---

---

---

价格的增长，称为通货膨胀。  
 价格的增长率，称为通货膨胀率。

设今天的价格水平为 $p_1$ ，明年的今天的价格水平为 $p_2$ 。

价格增长多少（元钱）？  $p_2 - p_1$

通货膨胀率是多少？

$$\pi \equiv \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} - 1$$

---

---

---

---

---

---

---

---

商品在今天的价格为 $p_1$ 。

在明年的今天的价格预期为 $p_2^e$ 。

银行一年期存款利率为 $r$ 。[借贷关系中使用的利率，称为**名义利率**]

今天节省一件商品：节省 $p_1$ 元钱。

存入银行。

一年后的今天，得到本金和利息 $(1+r)p_1$

在明天的今天，能多消费 $\frac{(1+r)p_1}{p_2^e} = \frac{1+r}{\frac{p_2^e}{p_1}-1+1} = \frac{1+r}{1+\pi}$ 件商品

今天节省下的一件商品产生的净回报为

$$\rho \equiv \frac{(1+r)p_1}{p_2^e} - 1 = \frac{1+r}{1+\pi} - 1 = \frac{r-\pi}{1+\pi}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

$$\text{实际利率 } \rho(r, \pi) \equiv \frac{r - \pi}{1 + \pi}$$

将实际利率 $\rho(r, \pi) = \frac{r - \pi}{1 + \pi}$ 围绕 $(r = 0, \pi = 0)$ 进行泰勒一阶展开：

$$\rho(r, \pi) \approx \rho(r, \pi) \Big|_{(r=0, \pi=0)} + \frac{\partial \rho(r, \pi)}{\partial r} \Big|_{(r=0, \pi=0)} \times r + \frac{\partial \rho(r, \pi)}{\partial \pi} \Big|_{(r=0, \pi=0)} \times \pi = r - \pi$$

$$\rho = r - \pi$$

---

---

---

---

---

---

---

---

**两时期模型**

设消费者只生存两个时期。

只有一种消费品

$(p_1, p_2)$ 是时期1和2中的价格

$(m_1, m_2)$ 是消费者在两个时期中拥有的消费品禀赋

**消费者能通过借和贷在两个时期中转移收入**

设存、贷款利率为 $r$ 。

跨时期效用函数为 $u(c_1, c_2)$ ,  $(c_1, c_2)$ 是时期1和2的消费量。

设消费者在第一个时期之初, 就已经知道这些参数的值。

---

---

---

---

---

---

---

---

设消费者选择的 $(c_1, c_2)$

时期1的支出为 $p_1 c_1$ ;

时期1的收入为禀赋收入 $p_1 m_1$ ;

储蓄为时期1的收入中未用于消费的部分:  $p_1 m_1 - p_1 c_1$

时期2的收入包括:

- 禀赋收入 $p_2 m_2$ ;
- 储蓄产生的收入 $(p_1 m_1 - p_1 c_1)(1+r)$

时期2的全部收入为 $p_2 m_2 + (p_1 m_1 - p_1 c_1)(1+r)$ ;

时期2的支出为 $p_2 c_2$ 。

**时期2的支出不能超过时期2的收入 (non-ponzi条件)**

---

---

---

---

---

---

---

---

**预算线**

$$p_2 c_2 = p_2 m_2 + (p_1 m_1 - p_1 c_1)(1+r)$$

$$(1+r)p_1 c_1 + p_2 c_2 = (1+r)p_1 m_1 + p_2 m_2$$

等号两边同除以 $p_2$ , 得到

$$\frac{1+r}{\frac{p_2}{p_1} - 1 + 1} c_1 + c_2 = \frac{1+r}{\frac{p_2}{p_1} - 1 + 1} m_1 + m_2$$

$$\frac{1+r}{1+\rho} c_1 + c_2 = \frac{1+r}{1+\rho} m_1 + m_2$$

$$(1+\rho)c_1 + c_2 = (1+\rho)m_1 + m_2$$

$$c_1 + \frac{1}{1+\rho} c_2 = m_1 + \frac{1}{1+\rho} m_2$$

预算线:

- 斜率为 $-(1+\rho)$
- 穿过禀赋点 $(m_1, m_2)$

---

---

---

---

---

---

---

---



消费者的问题

$$\max_{c_1, c_2} u(c_1, c_2) \quad \text{s.t.} \quad (1 + \rho)c_1 + c_2 = (1 + \rho)m_1 + m_2$$

设最优点为  $(c_1, c_2)$ 。它满足一阶条件：

$$MRS(c_1, c_2) = -(1 + \rho)$$

$$(1 + \rho)c_1 + c_2 = (1 + \rho)m_1 + m_2$$

---

---

---

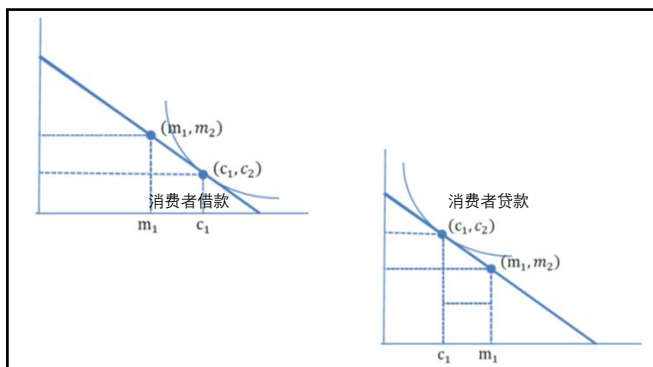
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

Slutsky分解：

实际利率变化对消费（储蓄）行为的影响

把实际利率视为时期1的价格变化

$$\frac{\Delta c_1}{\Delta \rho} = \frac{\Delta c_1^s}{\Delta \rho} + \frac{(m_1 - c_1)}{\rho} \frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

设实际利率上升（思考：什么原因导致？）

消费者是借款人，即  $m_1 - c_1 < 0$

$$\frac{\Delta c_1}{\Delta \rho} = \underbrace{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta \rho}}_{-} + \underbrace{(m_1 - c_1)}_{-} \underbrace{\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}}_{+}$$

时期1的消费下降，储蓄上升

实际利率上升，家庭增加资本供给

---

---

---

---

---

---

---

---

设实际利率上升

消费者是贷款人，即  $m_1 - c_1 > 0$

$$\frac{\Delta c_1}{\Delta \rho} = \underbrace{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta \rho}}_{-} + \underbrace{(m_1 - c_1)}_{+} \underbrace{\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}}_{+}$$

时期1的消费的变化不确定：

替代效应蕴含时期1的消费下降（增加储蓄）

收入效应蕴含时期1的消费上升（减少储蓄）

---

---

---

---

---

---

---

---

名义利率上升？

通货膨胀率上升？

$$\rho = r - \pi$$

---

---

---

---

---

---

---

---