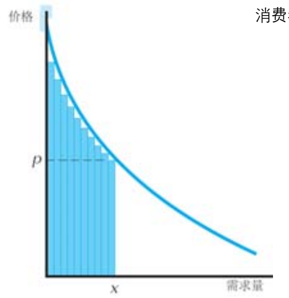
中级微观经济学

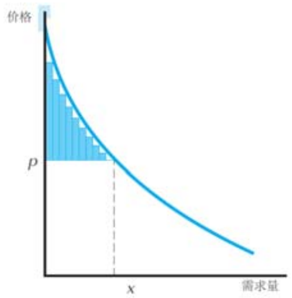
消费者剩余

14



总剩余

消费者毛剩余为需求曲线下方区域的面积。



消费者(净)剩余

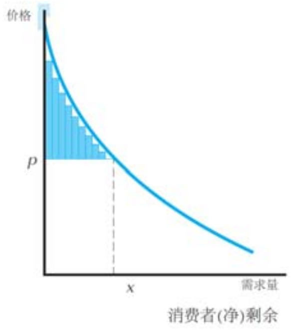
消费者（净）剩余

消费者剩余为需求曲线下方和价格上方区域的面积。

设商品1的需求曲线为$x = x(p)$，
反需求曲线为$p = P(x)$

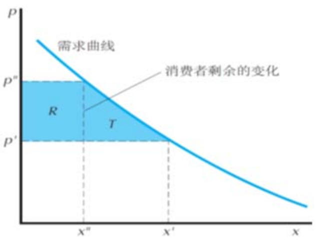
消费者（净）剩余为

$$CS(p) = \int_0^{x(p)} P(x)dx - px(p) = \int_0^{x(p)} (P(x) - p)dx = \int_p^{P(0)} x(p)dp$$



消费者（净）剩余的变化

设商品1的需求曲线为$x = x(p)$，反需求曲线为$p = P(x)$



价格由p变化到p'时，**消费者剩余的变化**为

$$CS(p') - CS(p) = \int_{p'}^{p(0)} x(p)dp - \int_p^{p(0)} x(p)dp = \int_p^{p'} x(p)dp$$

设效用函数为$u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$

求解价格变化所导致的
- 消费者剩余的变化、

中级微观经济学

市场需求

15

个人需求函数

设价格为(p_1, p_2)，消费者i的收入为m_i，效用函数为$u^i(x_1, x_2)$。

他的效用最大化问题为：

$$\max_{x_1, x_2} u^i(x_1, x_2) \quad s.t. \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m_i$$

求解最大化问题，得到消费者i的需求函数：

$$x_1^i = x_1^i(p_1, p_2, m_i)$$
$$x_2^i = x_2^i(p_1, p_2, m_i)$$

市场需求曲线

市场需求曲线描述在其他商品的价格不变且收入分布不变时，某种商品的市场需求量与这种商品本身的价格之间的关系。

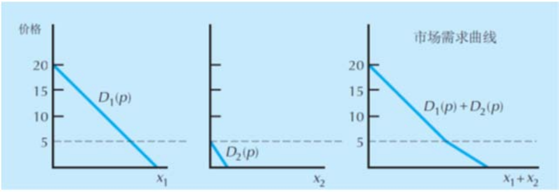
设经济中有n个消费者。

市场需求为个人需求的加总：

$$x_1(p_1, p_2; m_1, \dots, m_i) \equiv \sum_{i=1}^{n} x_1^i(p_1, p_2, m_i),$$

整个市场对商品1需求量决定于两种商品的价格(p_1, p_2)和整个经济中的收入分布$(m_1, \dots, m_n)$（而非经济中的总收入$\sum_{i=1}^{n} m_i$）

市场需求曲线为个人需求曲线在水平方向加总



思考：

- 商品1价格变化，对商品1的市场需求曲线有影响？
- 商品2价格变化，对商品1的市场需求曲线有影响？
- 经济中人口数量的变化对商品1的市场需求曲线有影响？
- 经济中总收入的变化对商品1的市场需求曲线有影响？

函数$y = f(x)$的弹性

弹性衡量因变量对自变量的变化的敏感程度：自变量上升1个百分点，因变量上升多少个百分点？

初始值	最终值	绝对变化	相对变化（增长率）
x	$x+\Delta x$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$
$f(x)$	$f(x+\Delta x)$	$f(x+\Delta x)-f(x)$	$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{f(x)}$

弧弹性

$$\varepsilon(x)=\frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}$$
$$=\frac{\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{f(x)}}{\frac{\Delta x}{x}}$$
$$=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\cdot\frac{x}{f(x)}$$

点弹性

$$\varepsilon(x)$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\cdot\frac{x}{f(x)}$$
$$=f'(x)\frac{x}{f(x)}$$
$$=\frac{\frac{f'(x)}{f(x)}}{\frac{1}{x}}$$
$$=\frac{\frac{d\ln f(x)}{dx}}{\frac{d\ln x}{dx}}$$
$$=\frac{d\ln f(x)}{d\ln x}$$

需求函数$x_i=x_i(p_i,p_j;M)$所涉及的弹性概念

需求的（自）价格弹性衡量商品需求量对商品本身价格的敏感程度：

$$\varepsilon_{ii}=\frac{\partial x_i(p_i,p_j;M)}{\partial p_i}\frac{p_i}{x_i(p_i,p_j;M)}$$

需求的交叉价格弹性衡量需求量对其他商品的价格的敏感程度：

$$\varepsilon_{ij}=\frac{\partial x_i(p_i,p_j;M)}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i(p_i,p_j;M)}$$

需求的收入弹性衡量需求量对收入的敏感程度：

$$\varepsilon_{im}=\frac{\partial x_i(p_i,p_j;M)}{\partial m}\frac{m}{x_i(p_i,p_j;M)}$$

需求的（自）价格弹性$\varepsilon_{ii}=\frac{\partial x_i}{\partial p_i}\frac{p_i}{x_i}$

某种商品的需求曲线写为$D(p)$，反需求曲线写为$P(x)$。
需求的价格弹性为

$$\frac{D'(p)}{D(p)}p$$

（利用反函数求导法则，得到）需求的**价格弹性倒数**为：

$$\frac{P'(x)}{P(x)}x$$

需求的（自）价格弹性$\varepsilon_{ii}=\frac{\partial x_i}{\partial p_i}\frac{p_i}{x_i}$的分类

需求的价格弹性无穷大：$\varepsilon_{ii}\to-\infty$或$|\varepsilon_{ii}|\to\infty$

需求富有弹性：$\varepsilon_{ii}<-1$或$|\varepsilon_{ii}|>1$

单位弹性：$\varepsilon_{ii}=-1$或$|\varepsilon_{ii}|=1$

需求缺乏弹性：$\varepsilon_{ii}>-1$或$|\varepsilon_{ii}|<1$

需求完全无弹性：$\varepsilon_{ii}=0$或$|\varepsilon_{ii}|=0$

收益函数

商品的市场需求曲线为$q=D(p)$：在市场价格为p时，
企业能销售$D(p)$数量的商品。

企业的收益函数（销售收入函数）为
$$R(p)\equiv p\cdot D(p)$$

价格对收益的影响

$$\frac{dR(p)}{dp}$$
$$= D(p) + pD'(p)$$
$$= D(p)\left[1 + p\frac{D'(p)}{D(p)}\right]$$
$$= D(p)[1 + \epsilon(p)]$$

$\epsilon(p) = 0$时，$\frac{dR}{dp} = D(p)$

$\epsilon(p) > -1$时，$\frac{dR}{dp} > 0$

$\epsilon(p) = -1$时，$\frac{dR}{dp} = 0$

$\epsilon(p) < -1$时，$\frac{dR}{dp} < 0$

$\epsilon(p) \to -\infty$时，$\frac{dR}{dp} \to -\infty$

边际收益

在现有产量水平上，企业多生产一件商品所增加的销售收入。

设需求曲线为$q = D(p)$，反需求曲线为$p = P(q)$。

收益函数为$R(q) = P(q) \cdot q$

边际收益为

$$MR(q) \equiv \frac{dR(q)}{dq}$$
$$= P(q) + P'(q)q$$
$$= P(q)\left[1 + \frac{P'(q)}{p(q)}q\right]$$
$$= P(q)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(q)}\right]$$

- 当$\varepsilon(q) = -1$时，$MR(q) = 0$，产量变化对收益无影响
- 当$\varepsilon(q) > -1$时，$MR(q) < 0$，产量上升导致收益下降
- 当$\varepsilon(q) < -1$时，$MR(q) > 0$，产量上升导致收益下降

需求曲线与边际收益曲线

在任一需求量q上，$\varepsilon(q) \leq 0$，

$$MR(q) = P(q)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(q)}\right] \leq P(q)$$

边际收益曲线始终位于需求曲线下方。

设需求弹性无穷大，

$\frac{D'(p)}{D(p)}p = -\infty$，

$D'(p) = -\infty$，

需求曲线水平。

设需求弹性为零，

$\frac{D'(p)}{D(p)}p = 0$，

$D'(p) = 0$，

需求曲线垂直。

习题：设某商品的需求曲线为
$q = a - bp$，$a > 0$，$b > 0$。

请在图上画出需求曲线。

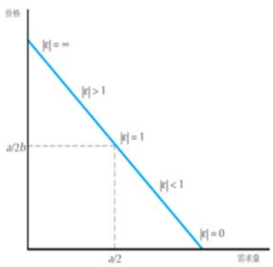
计算这条线性需求曲线的价格弹性

证明图中的结论

写出收益函数的表达式

写出边际收益函数的表达式

在图上画出边际收益函数



习题：设某商品的需求曲线为

$$q = Ap^{\epsilon}, \quad A > 0, \quad \epsilon < 0$$

在这里，A与ϵ始终为常数。

- 计算这条线性需求曲线的价格弹性
- 写出收益函数的表达式
- 写出边际收益函数的表达式
- 在图上画出边际收益函数

需求函数的收入弹性

$$\varepsilon_{im} = \frac{\frac{\Delta x_i}{x_i}}{\frac{\Delta m}{m}} = \frac{\partial x_i}{\partial m}(p_i, p_j; m) \cdot \frac{m}{x_i(p_i, p_j; m)}$$

正常商品与收入弹性的关系：$\varepsilon_{im} > 0$

低档商品与收入弹性的关系：$\varepsilon_{im} < 0$

奢侈品与收入弹性的关系：$\varepsilon_{im} > 1$

需求函数的一个性质

设消费者的需求函数为
$x_1 = x_1(p_1, p_2, \mathrm{m})$和$x_2 = x_2(p_1, p_2, \mathrm{m})$。

$$p_1 \cdot x_1(p_1, p_2, \mathrm{m}) + p_2 \cdot x_2(p_1, p_2, \mathrm{m}) \equiv m$$

$$p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial m}(p_1, p_2, m) + p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial m}(p_1, p_2, \mathrm{m}) = 1$$

$$p_1 \frac{x_1}{m} \frac{m}{x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial \mathrm{m}}(p_1, p_2, m) + p_2 \frac{x_2}{m} \frac{m}{x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \mathrm{m}}(p_1, p_2, \mathrm{m}) = 1$$

$$s_1 \epsilon_{1m} + s_2 \epsilon_{2m} = 1$$

中级微观经济学

生产技术

第19章

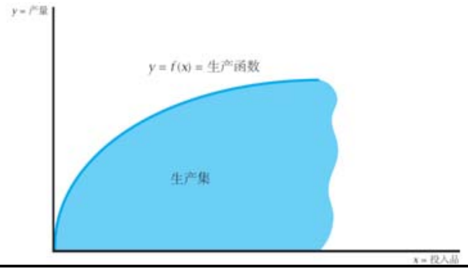
企业的行为

给定产品和投入品价格，企业选择**生产方案**以求实现最大利润。

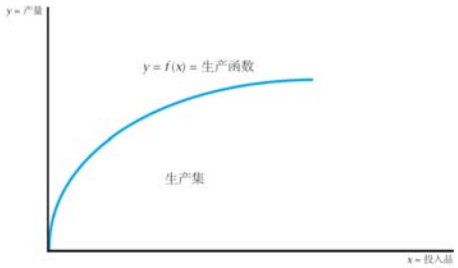
投入品或生产要素：劳动力和资本品

一个**生产方案**是一个向量（$\mathbf{x}, y$），$\mathbf{x}$是所使用的各种投入品的数量，y是产量。

所有在技术上可行的生产方案构成**生产集**Y



生产函数 $f(\mathbf{x})$ 描述每个投入品数量向量所能实现的最大产量。
如果投入品数量向量为$\mathbf{x}$，则$f(\mathbf{x})$便是 最大产量。



给定投入品数量向量，企业必然选择**最大产量**。为什么？

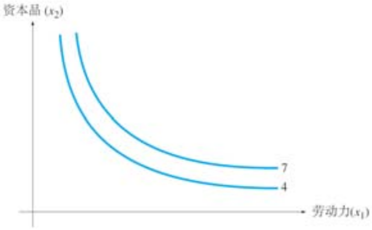
$f(x_1, x_2)$：投入品1为资本品，投入品2为劳动力。

$f(K, L)$：K为资本品，L为劳动力

$$f(K, L) = K^{\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{3}}$$

y-**等产量线**是能实现产量y的所有投入品数量向量(x_1, x_2)构成的集合。

$$y\text{-等产量线} = \{(x_1, x_2) | f(x_1, x_2) = y\}$$



生产函数的特征

单调性：

投入品数量越多，产量越大

$$f_1(x_1, x_2) \equiv \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) > 0, \quad f_2(x_1, x_2) \equiv \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2) > 0$$

严格凸性：

对任意两个可行生产方案(x_1, x_2, y_1)和(x_1', x_2', y_1')

对所有的$\lambda \in (0,1)$，

$\lambda(x_1, x_2, y_1) + (1 - \lambda)\,(x_1', x_2', y_1')$是可行生产方案

在$\mathbf{x}$上，投入品i的边际产出：

在投入品数量向量$\mathbf{x}$上，增加一件投入品i所增加的产量，为投入品i在$\mathbf{x}$上的边际产出，

$$MP_i(\mathbf{x}) \equiv \frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{x})$$

边际产品递减规律

保持其他投入品数量不变，随着投入品i的使用数量上升，投入品i的边际产出下降。

$$\frac{\partial MP_i}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \equiv f_{ii}(\mathbf{x}) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}(\mathbf{x}) < 0$$

大卫·李嘉图（1771-1823）说，“如果没有收益递减规律，我们就可以投入越来越多的劳动力伺候种植在花盆中的粮食，一个花盆中的粮食产量就能喂饱全部英国人甚至全世界人口。”

边际技术替代率（*MRTS*）：等产量线的斜率。

在企业内部，一件投入品1对企业具有的价值等于$MRTS(\mathbf{x})$件投入品2。

$$MRTS(x_1, x_2) = -\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)}$$

边际技术替代率递减规律

沿着同一条等产量线增加投入品1的数量，边际技术替代率（的绝对值）递减。

$$\left.\frac{\partial |MRTS(x_1, x_2)|}{\partial x_1}\right|_{f(x_1, x_2)=y} < 0$$

长期与短期

在长期，一切投入品的数量都可调整。

在短期，某种或某些但非全部的投入品数量无法调整。

在短期，数量保持不变的生产要素被称为不变生产要素；

在短期，数量可调整的生产要素被称为可变生产要素。

规模报酬（规模收益）

规模报酬不变
$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2), \quad \forall t > 0, \quad \forall (x_1, x_2)$

规模报酬递增
$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2), \quad \forall t > 1, \quad \forall (x_1, x_2)$

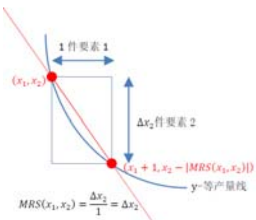
规模报酬递减
$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2), \quad \forall t > 1, \quad \forall (x_1, x_2)$

中级微观经济学

利润最大化

第20章

边际技术替代率是等产量线的斜率（的绝对值）



在企业内，减少一件要素1同时增加MRS件要素2，产量不变。

在企业内，企业愿意用一件要素1交换MRS件要素2而产量不变。

在企业内，一件要素1价值MRS件要素2。

设企业使用k种投入品生产n种产品。

投入品的价格向量外生给定，为$\mathbf{w} = (w_1, \ldots, w_k)$

产品的价格向量外生给定，为$\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_n)$

设企业选择的产量为$\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)$

企业选择的投入品数量向量为$\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_k)$

销售收入（收益）为

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i$$

生产成本为

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} = \sum_{j=1}^{k} w_j x_j$$

利润为销售收入与生产成本之差：

$$\pi \equiv \mathbf{p} \cdot \mathbf{y} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{j=1}^{k} w_j x_j \text{。}$$

在企业只生产一种产品时，利润为

$$\pi \equiv py - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} = py - \sum_{j=1}^{k} w_j x_j$$

$$\pi = pf(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^{k} w_j x_j$$

$$\pi = pf(x_1, x_2) - (w_1 x_1 + w_2 x_2)$$

“经济利润”
“会计利润”

给定产品价格p和投入品1和2的价格(w_1, w_2)，
企业通过选择投入品的数量（产量由生产函数给出），
最大化利润。

短期利润最大化

生产要素1为可变生产要素，数量为x_1；
生产**要素2为固定生产要素**，数量为$\bar{x}_2$。

要素的价格外生给定，为（w_1, w_2）；
产品价格亦外生给定，为p。

企业的收益为

$$pf(x_1, \bar{x}_2),$$

成本为

$$w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2,$$

利润为

$$pf(x_1, \bar{x}_2) - (w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2)。$$

短期利润最大化

给定$(w_1, w_2, p; \bar{x}_2)$，企业通过对生产要素1的数量x_1的选择，
最大化利润：

$$\max_{x_1} pf(x_1, \bar{x}_2) - (w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2)。$$

设最优解为x_1^*，它满足一阶条件：

$$p\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, \bar{x}_2) - w_1\Big|_{x_1 = x_1^*} = 0$$

或者说，

$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$

得到**生产要素需求函数**：

$$x_1^* = x_1(w_1, w_2, p; \bar{x}_2),$$

如何理解一阶条件$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$？

$MP_1(x_1^*, \bar{x}_2)$是在最优选择$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，投入品1的边际产出：增加一件投入品1所增加的产量。

$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2)$是在最优选择$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，增加一件投入品1所增加的收入，称为**边际产**品**价值**。

设在最优解$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，$pMP_1(x_1, \bar{x}_2) > w_1$。

设在最优解$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，$pMP_1(x_1, \bar{x}_2) < w_1$。

因此，在最优解$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，

$$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$$

如何理解一阶条件$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$？

设在最优解$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，$pMP_1(x_1, \bar{x}_2) > w_1$。

设在最优解$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，$pMP_1(x_1, \bar{x}_2) < w_1$。

因此，在最优解$(x_1^*, \bar{x}_2)$上，$pMP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = w_1$

如何理解一阶条件$MP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = \frac{w_1}{p}$？

设在最优解上，$MP_1(x_1, \bar{x}_2) > \frac{w_1}{p}$。

设在最优解上，$MP_1(x_1, \bar{x}_2) < \frac{w_1}{p}$

因此，在最优解上，$MP_1(x_1^*, \bar{x}_2) = \frac{w_1}{p}$

比较静态分析

产品价格p上升，企业将增加可变要素的需求量，例如雇佣更多工人。

$$MP_1(x_1, \bar{x}_2) = \frac{w_1}{p}$$

可变要素价格上涨，企业对可变要素的需求量下降，例如裁减工人。

$$MP_1(x_1, \bar{x}_2) = \frac{w_1}{p}$$

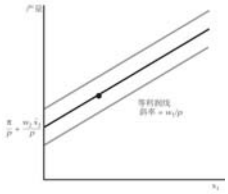
图形分析

π-等利润线：实现利润π的所有生产方案$(x_1, \bar{x}_2, y)$

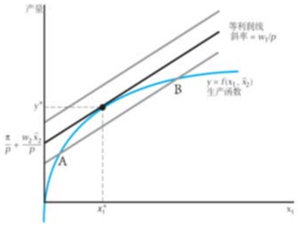
$$\pi = py - (w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2)$$

$$y = \left(\frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2\right) + \frac{w_1}{p} x_1$$

截距为$\frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\bar{x}_2$；斜率为$\frac{w_1}{p}$



越高的等利润线，利润更高。



利润最大化，是在生产函数上找到位于最高等利润线上的生产方案$(x_1, f(x_1, \bar{x}_2))$。

长期利润最大化

$$\max_{x_1,x_2} pf(x_1,x_2) - (w_1x_1 + w_2x_2)$$

设最优解为(x_1^*,x_2^*)，它满足一阶条件

$$pf_1(x_1^*,x_2^*) = w_1$$
$$pf_2(x_1^*,x_2^*) = w_2$$

得到**要素需求函数**：

$$x_1^* = x_1(p,w_1,w_2)$$
$$x_2^* = x_2(p,w_1,w_2)$$

思考：你能用隐函数定理，对一阶条件做番分析？

一阶条件的含义

$$\boxed{\begin{gathered} f_1(x_1^*,x_2^*) = \frac{w_1}{p} \\ pf_2(x_1^*,x_2^*) = w_2 \end{gathered}}$$

$$\boxed{MRTS(x_1^*,x_2^*) = \frac{w_1}{w_2}}$$

$$\boxed{\frac{f_1(x_1^*,x_2^*)}{w_1} = \frac{f_2(x_1^*,x_2^*)}{w_2}}$$

$$\boxed{f_1(x_1^*,x_2^*) = f_2(x_1^*,x_2^*)\frac{w_1}{w_2}}$$

比较静态分析

设在价格为(p,w_1,w_2)时，(y,x_1,x_2)是企业选择的生产方案，利润为

$$py - (w_1x_1 + w_2x_2)$$

设在价格为$(p',{w_1}',{w_2}')$时，(y',x_1',x_2')是企业选择的生产方案，利润为

$$py' - (w_1x_1' + w_2x_1')$$

$$py - (w_1x_1 + w_2x_2) \geq py' - (w_1x_1' + w_2x_1')$$

且

$$p'y' - ({w_1}'x_1' + {w_2}'x_1') \geq p'y - ({w_1}'x_1 + {w_2}'x_2)$$

比较静态分析

$$py - (w_1x_1 + w_2x_2) + p'y' - (w_1{}'x_1' + w_2{}'x_1')$$
$$\geq$$
$$py' - (w_1x_1' + w_2x_1') + p'y - (w_1{}'x_1 + w_2{}'x_2)$$

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{p} \Delta \boldsymbol{y} - (\Delta \boldsymbol{w}_1 \Delta \boldsymbol{x}_1 + \Delta \boldsymbol{w}_2 \Delta \boldsymbol{x}_2) \geq \mathbf{0}}$$

比较静态分析

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{p} \Delta \boldsymbol{y} - (\Delta \boldsymbol{w}_1 \Delta \boldsymbol{x}_1 + \Delta \boldsymbol{w}_2 \Delta \boldsymbol{x}_2) \geq \mathbf{0}}$$

设只有产品价格上升，即$\Delta p > 0$。上式变为

$$\Delta p \Delta y \geq 0$$

得到

$$\Delta y \geq 0$$

即产量上升：**产品价格上升将导致产量上升**。

比较静态分析

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{p} \Delta \boldsymbol{y} - (\Delta \boldsymbol{w}_1 \Delta \boldsymbol{x}_1 + \Delta \boldsymbol{w}_2 \Delta \boldsymbol{x}_2) \geq \mathbf{0}}$$

设只有要素1的价格上升，即$\Delta w_1 > 0$。上式变为

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0$$

得到

$$\Delta x_1 \leq 0$$

即要素1需求量下降：**要素价格上升，要素需求量下降**。