成本最小化

成本最小化

给定要素价格(w_1, w_2)，企业以最小成本实现给定产量y

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad s.t. \quad f(x_1, x_2) = y$$

构造拉格朗日函数，

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \lambda[y - f(x_1, x_2)]$$

设最优解为$(x_1^*, x_2^*, \lambda^*)$，它满足一阶条件：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*, \lambda^*) = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*, \lambda^*) = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}(x_1^*, x_2^*, \lambda^*) = 0$$

整理得到，

$$w_1 = \lambda^* MP_1(x_1^*, x_2^*)$$
$$w_2 = \lambda^* MP_2(x_1^*, x_2^*)$$
$$f(x_1^*, x_2^*) = y$$

整理得到

$$MRTS(x_1^*, x_2^*) = \frac{w_1}{w_2}$$
$$f(x_1^*, x_2^*) = y$$

得到条件要素需求函数：

$$x_1^* = x_1(w_1, w_2, y)$$
$$x_2^* = x_2(w_1, w_2, y)$$

把最优解代入目标函数，得到生产产量y所需的**最小成本**，称之为**成本函数**：

$$c(w_1, w_2, y) \equiv w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y)$$

成本函数

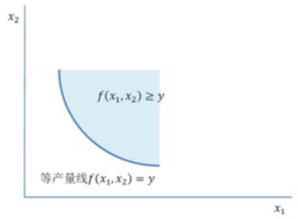
把最优解代入目标函数，得到生产产量y所需的**最小成本**，称之为**成本函数**：

$$c(w_1,w_2,y) \equiv w_1x_1^* + w_2x_2^* = w_1x_1(w_1,w_2,y) + w_2x_2(w_1,w_2,y)$$

图形分析

y-等产量线：能实现产量y的所有的投入品组合，

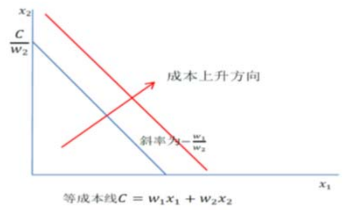
$$\{(x_1,x_2)|f(x_1,x_2)=y\}$$



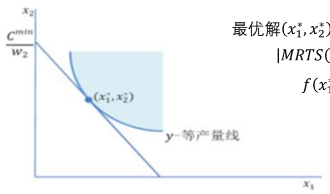
等成本线：成本支出为C的所有投入品组合：

$$\{(x_1,x_2)|C=w_1x_1+w_2x_2\}$$

$$x_2=\frac{C}{w_2}-\frac{w_1}{w_2}x_1$$



成本最小化：在y-等产量线上，找到成本最小的投入品组合



给定产量y时的成本最小化问题

最优解(x_1^*, x_2^*)的特征是：

$$|MRTS(x_1^*, x_2^*)| = \frac{w_1}{w_2}$$

$$f(x_1^*, x_2^*) = y$$

如何理解一阶条件$MRTS(x_1^*, x_2^*) = \frac{w_1}{w_2}$？

在y-等产量线上的点(x_1, x_2)上，增加一件投入品1，需要放弃$|MRTS(x_1, x_2)|$件投入品2，才能保证依然得到产量y。
增加一件投入品1，成本增加w_1；
减少$|MRTS(x_1, x_2)|$件投入品2，成本减少$w_2|MRTS(x_1, x_2)|$。
因此，沿着等产量线增加一件投入品1，成本变化为

$$1 \cdot w_1 + w_2|MRTS(x_1, x_2)|$$

设$|MRTS(x_1^*, x_2^*)| > \frac{w_1}{w_2}$，即$1 \cdot w_1 + w_2 MRTS(x_1^*, x_2^*) < 0$。
则沿着等产量线增加投入品1和减少投入品2，成本下降。
因此，企业不会在等产量线上具有这一特点的(x_1^*, x_2^*)上生产。

设$|MRTS(x_1^*, x_2^*)| < \frac{w_1}{w_2}$，即$1 \cdot w_1 + w_2 MRTS(x_1^*, x_2^*) > 0$。
则沿着等产量线减少投入品1和增加投入品2，成本下降。
因此，企业不会在等产量线上的(x_1^*, x_2^*)点生产。

因此，在**成本最小**的点(x_1^*, x_2^*)上，

$$|MRTS(x_1^*, x_2^*)| = \frac{w_1}{w_2}$$

比较静态分析

在要素价格为(w_1', w_2')时，(x_1', x_2')以最小成本实现产量$\boldsymbol{y}$；

在要素价格为(w_1'', w_2'')时，(x_1'', x_2'')以最小成本实现产量$\boldsymbol{y}$。

$$w_1'x_1' + w_2'x_2' \le w_1'x_1'' + w_2'x_2''$$

$$w_1''x_1'' + w_2''x_2'' \le w_1''x_1' + w_2''x_2'$$

得到

$$\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \le 0$$

设只有要素1的价格变化，则$\Delta w_2 = 0$。上式变为

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \le 0$$

即投入品价格与投入品需求量反向变化：**要素价格上升，要素的使用量下降，即条件要素需求曲线向下倾斜。**

利润最大化蕴含成本最小化

设产品和投入品的价格为(p, w_1, w_2)
企业的投入品选择为(x_1, x_2)，
实现产量$y = f(x_1, x_2)$，
实现利润为$py - [w_1x_1 + w_2x_2]$。

反证。设在产量y上，(x_1, x_2)**没有实现最小成本**。

则存在另一投入品组合$(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$，它实现给定产量y同时成本更小，即

$$w_1\bar{x}_1 + w_2\bar{x}_2 < w_1x_1 + w_2x_2$$

于是，

$$py - [w_1\bar{x}_1 + w_2\bar{x}_2] > py - [w_1x_1 + w_2x_2],$$

就是说，在(x_1, x_2)上，企业**没有实现最大利润**。

长期成本最小化与长期成本函数

在长期，所有要素都是可变生产要素

$$\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2 \quad s.t. \quad f(x_1, x_2) = y$$

解得：

$$x_1^* = x_1(y)$$
$$x_2^* = x_2(y)$$

成本函数$c(y)$是在要素价格为(w_1, w_2)时，实现产量y的最小成本：

$$c(y, w_1, w_2) \equiv w_1x_1(y) + w_2x_2(y)$$

短期成本最小化与短期成本函数

在短期中，一些要素的数量无法调整。设要素2的数量固定为$\bar{x}_2$。

$$\min_{x_1} w_1x_1 + w_2\bar{x}_2 \quad s.t. \quad f(x_1, \bar{x}_2) = y$$

由约束条件，直接解得：

$$x_1^* = x_1^s(w_1, w_2, y)$$

短期成本函数$c(y, \bar{x}_2)$是在要素价格为(w_1, w_2)，固定要素数量为$\bar{x}_2$时，实现产量y的最小成本：

$$c_s(y, w_1, w_2, \bar{x}_2) \equiv w_1x_1^s(y) + w_2\bar{x}_2$$

三种生产要素时，短期成本最小化与短期成本函数

在短期，一些要素的数量无法调整。设要素3的数量固定为$\bar{x}_3$。

$$\min_{x_1,x_2} w_1x_1 + w_2x_2 + w_3\bar{x}_3 \quad s.t. \quad f(x_1, x_2, \bar{x}_3) = y$$

$$\min_{x_1,x_2} w_1x_1 + w_2x_2 \quad s.t. \quad f(x_1, x_2, \bar{x}_3) = y$$

解得一阶条件：

$$MRTS(x_1^*, x_2^*, \bar{x}_3) = \frac{w_1}{w_2}$$

$$f(x_1^*, x_2^*, \bar{x}_3) = y$$

给定要素价格和所要实现的产量，

长期总成本≤短期总成本

$$c(y, w_1, w_2) \le c_s(y, w_1, w_2, \bar{x}_2)$$

成本曲线

成本曲线

在要素价格给定时，探讨（最小）成本与产量之间的关系。

长期成本函数$c(w_1, w_2, y)$简化为$c(y)$，短期成本函数$c(w_1, w_2, y, \bar{x}_2)$简化为$c(y, \bar{x}_2)$。

成本函数$c(y)$是生产要素的价格给定时，实现产量y所需的最小成本。

短期成本函数：

$$c_s(y) \equiv w_1 x_1^s(y) + w_2 \bar{x}_2。$$

固定成本：成本中与产量无关（不随产量的变化而变化）的部分，

$$F \equiv w_2 \bar{x}_2。$$

变动成本：成本中随产量的变化而变化的部分，

$$VC(y) \equiv w_1 x_1^s(y), \quad VC(0) = 0$$

总成本＝固定成本＋变动成本：

$$c_s(y) \equiv VC(y) + F。$$

平均固定成本：

$$\frac{F}{y}。$$

平均变动成本：

$$AVC(y) \equiv \frac{VC(y)}{y}。$$

平均成本：

$$AC(y) \equiv \frac{c_s(y)}{y} = \frac{VC(y)}{y} + \frac{F}{y}$$

$$= AVC(y) + \frac{F}{y}。$$

边际成本是增加一件产品所增加的成本（或所增加变动成本）：

$$MC(y) = \frac{d}{dy}c_s(y) = \frac{d}{dy}[VC(y) + F] = VC'(y)$$

平均固定成本曲线的特征

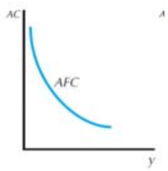
平均固定成本曲线是一条渐近线：

$$y \to 0 \Rightarrow \frac{F}{y} \to \infty$$

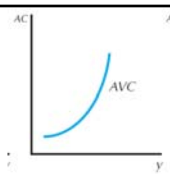
$$y \to \infty \Rightarrow \frac{F}{y} \to 0$$

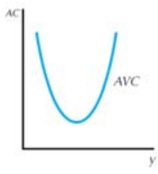
$$y \uparrow \Rightarrow \frac{F}{y} \downarrow$$

$$\frac{d^2}{dy^2}\left(\frac{F}{y}\right) > 0$$



平均变动成本曲线为水平线或向上倾斜或U型。





平均成本与平均变动成本之间的关系

只要存在固定成本或固定生产要素，则在一切产量水平上，总成本大于变动成本:

$$c_s(y) > VC(y)$$

得到

$$AC(y) > AVC(y)$$

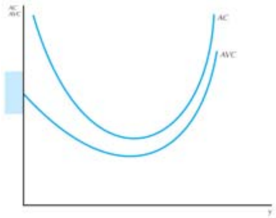
在图上，平均成本曲线始终位于平均变动成本曲线上方。

如果没有固定成本，则在一切产量水平上，总成本等于变动成本，

$$c_s(y) = VC(y)$$

得到

$$AC(y) = AVC(y)$$

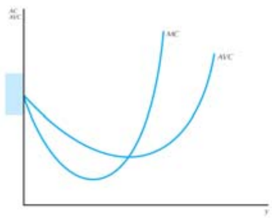


边际成本曲线与平均变动成本曲线之间的关系

$MC(1) = VC(1)$。

边际成本曲线从下方向上穿过平均变动成本曲线的最低点。

边际成本曲线下方区域的面积=变动成本。

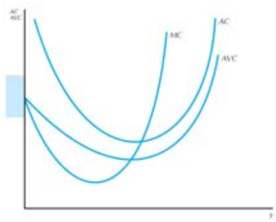


边际成本曲线与平均成本曲线的关系

第一，边际成本曲线从下方穿过平均变动成本曲线的最低点。

第二，

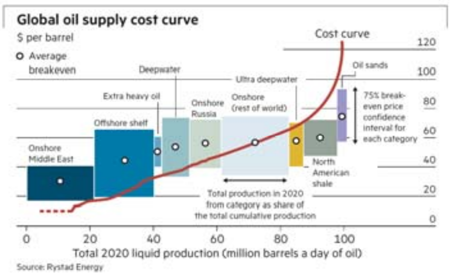
$$C(y) = F + \int_0^y MC(x)dx\text{。}$$



其他成本概念

机会成本：一种资源有多个相互排斥的用途。当它用于其中某个用途而放弃的其他用途上的最高收益，被称为这种资源在这一用途上的机会成本。

沉没成本：已经发生而无法回收的成本。



规模经济：随产量上升，平均成本递减

规模报酬递增蕴含平均成本递减
规模报酬不变蕴含平均成本不变
规模报酬递减蕴含平均成本递增

企业的供给决策和供给函数

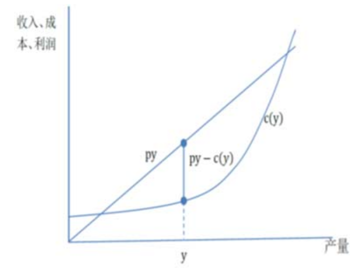
（单个）企业的供给决策和供给函数

供给函数（和供给曲线）给出企业在每个价格水平上的产量。

假定：
产品价格p为外生变量
成本函数$c(y)$在产量y上一、二阶可微
$\mathrm{MC}(y) \equiv c'(y) > 0$，即边际成本为正
$\boldsymbol{c''(y)} > 0$，边际成本曲线向上倾斜。

给定产品价格 p **，**企业通过对产量的选择，实现利润最大化**：**

$$\max_{y} py - c(y)$$



$$\max_{y} py - c(y)$$

设最优产量为 y^*，它满足一阶条件：

$$p = MC(y^*)$$

在企业所选择的产量上，价格等于边际成本。

企业的供给函数（曲线）描述了企业**产量与价格**之间的关系。

一阶条件给出了这一关系：
在价格为p时，企业的产量为y^*使得$p = MC(y^*)$。

边际成本曲线为企业的供给曲线

分析一阶条件

设在产量y上，$p > MC(y)$（即$p - MC(y) > 0$）。
在产量y上，增产1件产品，销售收入增加p，成本增加$MC(y)$。因此，利润的变化（即边际利润）为

$$p - MC(y) > 0.$$

增加产量能增加利润。

设在产量y上，$p < MC(y)$（即$p - MC(y) < 0$）。
在产量y上，减产1件产品，销售收入增加$-p$，成本增加$-MC(y)$。因此，利润的变化（即边际利润）为

$$(-p) - \big(-MC(y)\big) = -[p - MC(y)] > 0.$$

减少产量能增加利润。

因此，在企业所选择的产量水平y^*上，

$$p = MC(y^*)$$

供给曲线向上倾斜

在最优产量y^*上，

$$p = MC(y^*)。$$

现在，价格提高至$p' > p$，因此，

$$p' > MC(y^*)。$$

企业增产一件产品，增加的利润为

$$p' - MC(y^*) > 0。$$

企业扩大产量。

因此，供给曲线向上倾斜。

只有边际成本曲线向上倾斜的部分为企业的供给曲线

短期供给曲线

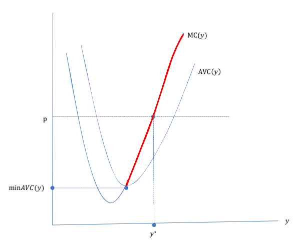
我们引入固定成本与变动成本到利润最大化问题中。

$$\max_y py - VC(y) - F$$

当产量为$y = 0$时，利润为$\pi(0) = -F$。
如果一切正产量实现的利润低于$-F$，即对一切的
$y > 0$，如果$py - VC(y) - F < -F$，
或者说，如果对一切的$y > 0$，$p < AVC(y)$，
或者说，如果$p < \min AVC(y)$，
企业就会选择$y = 0$，即企业选择停产。
所以，企业产量为正的充分充要条件是

$$p \geq \min AVC(y)。$$

位于平均变动成本曲线上方的边际成本曲线的向上倾斜的部分为企业的供给曲线



长期供给曲线

$$\max_y py - C(y)$$

当产量为$y = 0$时，利润为$\pi(0) = 0$。
如果一切正产量实现的利润低于0，即对一切的$y > 0$，如果

$$py - C(y) < 0,$$

或者说，如果

$$p < \min AC(y)$$

企业就会选择$y = 0$，即停产。

所以，企业产量为正的充分充要条件是

$$p \geq \min AC(y)。$$

位于平均成本曲线上方的边际成本曲线的向上倾斜的部分为企业的供给曲线

一些微观经济学知识点

函数$y=f(x)$的弹性

函数的弹性衡量因变量对自变量的变化的敏感程度：自变量上升 1 个百分点，因变量上升多少个百分点？

给定函数$y=f(x)$。设自变量自x上升到$x+\Delta x$：绝对变化为Δx；相对变化为

$$\frac{\Delta x}{x}。$$

相应地，因变量自$f(x)$上升到$f(x+\Delta x)$：绝对变化为$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，相对变化为

$$\frac{\Delta y}{y}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{f(x)}。$$

初始值	最终值	绝对变化	相对变化（增长率）
x	$x+\Delta x$	Δx	$\frac{\Delta x}{x}$
$y=f(x)$	$f(x+\Delta x)$	$f(x+\Delta x)-f(x)$	$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{f(x)}$

函数f在点$(x,f(x))$上的**弹性**，为自变量的相对变化所导致的因变量的相对变化，就是说，

$$\varepsilon(x)=\frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}=\frac{\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{f(x)}}{\frac{\Delta x}{x}}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\cdot\frac{x}{f(x)}$$

由这个表达式算得的弹性，常被称为**弧弹性**。如果函数$y=f(x)$在点x可微，则我们得到**点弹性**的概念：

$$\begin{aligned}&\varepsilon(x)\\&=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\cdot\frac{x}{f(x)}\\&=f'(x)\frac{x}{f(x)}=\frac{\frac{f'(x)}{f(x)}}{\frac{1}{x}}\\&=\frac{\frac{d\ln f(x)}{dx}}{\frac{d\ln x}{dx}}\\&=\frac{d\ln f(x)}{d\ln x}\end{aligned}$$

注意：弹性值决定于所在位置$(x,f(x))$。

在定义正常商品时，我们说在价格保持不变时，收入上升导致需求量上升的商品，为正常商品。它的数学定义为：如果

$$\frac{\partial x_i(p_1,p_2,m)}{\partial m} > 0$$

则商品i为正常商品。我们还可以用需求的收入弹性定义正常商品，方法是**凑出弹性表达式**：

$$\overbrace{\frac{\partial x_i(p_1,p_2,m)}{\partial m} \times \underbrace{\color{red}{\frac{m}{x_i(p_1,p_2,m)}}}_{>0}}^{\varepsilon_{x_i,m}} > \overbrace{0 \times \color{red}{\frac{m}{x_i(p_1,p_2,m)}}}^{0}$$

得到

$$\varepsilon_{x_i,m} > 0$$

对低档品、一般商品、吉芬商品、替代品和低档品，我们也能这样处理。

正常商品	收入上升，需求量上升	$\frac{\partial x_i(p_1,p_2,m)}{\partial m} > 0$	$\varepsilon_{x_i,m} > 0$
低档品	收入上升，需求量下降	$\frac{\partial x_i(p_1,p_2,m)}{\partial m} < 0$	$\varepsilon_{x_i,m} < 0$
一般商品	商品自身价格上升，需求量下降	$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial p_1} < 0$	$\varepsilon_{x_1,p_1} < 0$
吉芬商品	商品自身价格上升，需求量上升	$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial p_1} > 0$	$\varepsilon_{x_1,p_1} > 0$
替代品	一种商品价格上升，导致另一种商品的需求量上升	$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial p_2} > 0$	$\varepsilon_{x_1,p_2} > 0$
互补品	一种商品价格上升，导致另一种商品的需求量下降	$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial p_2} < 0$	$\varepsilon_{x_1,p_2} < 0$

我们还可以用弹性表述一些结论。例如：

预算平衡性：效用最大化问题的最优解必然在预算线上。

$$p_1x_1(p_1,p_2,m) + p_2x_2(p_1,p_2,m) \equiv m$$

对m求导，得到

$$p_1\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial m} + p_2\frac{\partial x_2(p_1,p_2,m)}{\partial m} = 1$$

凑弹性，得到

$$p_1 \frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial m} \frac{m}{x_1(p_1,p_2,m)} \frac{x_1(p_1,p_2,m)}{m} + p_2 \frac{\partial x_2(p_1,p_2,m)}{\partial m} \frac{m}{x_2(p_1,p_2,m)} \frac{x_2(p_1,p_2,m)}{m} = 1$$

$$\frac{p_1 x_1(p_1,p_2,m)}{m} \varepsilon_{x_1,m} + \frac{p_2 x_2(p_1,p_2,m)}{m} \varepsilon_{x_2,m} = 1$$

$s_1 \equiv \frac{p_1 x_1(p_1,p_2,m)}{m}$是商品 1 上的支出占全部支出的份额；$s_2 \equiv \frac{p_2 x_2(p_1,p_2,m)}{m}$是商品 2 上的支出占全部支出的份额。于是，我们得到**预算平衡性的弹性表达式**:

$$s_1 \varepsilon_{x_1,m} + s_1 \varepsilon_{x_2,m} = 1。$$

换句话说，用支出份额为权重，各种商品的需求的收入弹性的均值为 1。我们用这个表达式证明：

在只消费两种商品时，这两种商品不能都为低档品。

反证，设商品 1 和商品 2 都为低档品，根据上表中的定义，$\varepsilon_{x_1,m} < 0$，$\varepsilon_{x_2,m} < 0$，因此，$s_1 \varepsilon_{x_1,m} + s_1 \varepsilon_{x_2,m} < 0$。矛盾。因此，

在只消费两种商品时，至少一种商品甚至两种商品都为正常商品。

我们处理一些题目

1、某种物品为吉芬商品，那么这种商品的需求收入弹性可能是（ ）
A. 1　B. 0.5　C. 1.5　D. -1

吉芬商品是低档品，根据表中的结论，它的需求的收入弹性为负。答案为 D

2、某物品的需求价格弹性为 -3，若该商品价格上升 1%，则需求数量下降（ ）
A. 1%　B. 2%　C. 3%　D. 4%

考察弹性的定义。需求的价格弹性为

$$\varepsilon_{x_1,p_1} = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_1}{p_1}} = \frac{\text{需求量的百分比变化}}{\text{价格的百分比变化}}$$

因此，

$$需求量的百分比变化 = 价格的百分比变化 \times \varepsilon_{x_1,p_1} = 1\% \times -3$$
$$= -3\%$$

就是说，商品价格上升 1%，需求量下降 3%。答案为 C.

4、其他因素保持不变的情况下，牛肉价格上升了 1%，消费者对羊肉需求上升了 4%，那么羊肉需求对牛肉价格的交叉弹性是（ ）
A. 3%　　B. 4　　C. -0.25　　D. 2%

考察交叉价格弹性的定义。羊肉（商品 1）的需求对牛肉（商品 2）的价格的交叉弹性为

$$\varepsilon_{x_1,p_2} = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_2}{p_2}} = \frac{商品\ 1\ 的需求量的百分比变化}{商品\ 2\ 的价格的百分比变化} = \frac{4\%}{1\%} = 4$$

答案为 B

7、其他因素保持不变的情况下，苹果价格上升了 1%，消费者对橘子的需求增加了 5%，那么橘子需求对苹果价格的交叉弹性是（ ）
A. 3%　　B. 5　　C. -0.2　　D. 2.5

橘子（商品 1）的需求对苹果（商品 2）的价格的交叉弹性为

$$\varepsilon_{x_1,p_2} = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_2}{p_2}} = \frac{商品\ 1\ 的需求量的百分比变化}{商品\ 2\ 的价格的百分比变化} = \frac{5\%}{1\%} = 5$$

答案为 B

3、已知某厂商所生产产品的需求曲线为 $q = 2P^{-1}$，那么当厂商提价 5%时，其销售收益将（ ）
A. 不变　　B. 增加 5%　　C. 减少 5%　　D. 无法确定

考察价格弹性固定的需求函数，销售收入与弹性之间的关系

首先就需求曲线求导：

$$\frac{dq}{dp} = -2p^{-2}$$

现在凑出弹性表达式：

$$\varepsilon_{q,p}=\frac{dq}{dp}\frac{p}{q}=-2p^{-2}\frac{p}{2p^{-1}}=-1$$

[这种需求函数被称为价格弹性为常数的需求函数，一般表达式为$q=Ap^{-\varepsilon}$，$\varepsilon>0$为常数。这种需求函数的弹性为$-\varepsilon$。]

收益函数为

$$R=qp=2p^{-1}p=2$$

就是说，无论价格如何变化，销售收益始终为 2。因此，答案为 A。
正常的处理方式是：

$$R(p)=D(p)p$$

把$R(p)$对p求导，得到涨价 1 元钱而增加的收入：

$$\frac{dR(p)}{dp}=D(p)+pD'(p)$$
$$=D(p)\left[1+p\frac{D'(p)}{D(p)}\right]$$
$$=D(p)[1+\epsilon(p)]$$

9、产品 a 从 100 元降到 90 元，引起需求量从 50 增加到 60，由此可得出：（ ）
A．对产品 a 的需求是弹性充足的　　B．对产品 a 的需求是弹性不足的
C．对产品 a 的需求弹性是 1　　D．对产品 a 的需求弹性是零

首先计算弹性。

$$\varepsilon_{x_a,p_a}=\frac{\text{商品 1 的需求量的百分比变化}}{\text{商品 1 的价格的百分比变化}}=\frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_1}{p_1}}=\frac{\frac{60-50}{50}}{\frac{90-100}{100}}=\frac{20\%}{-10\%}$$
$$=-2$$

或者说，$\left|\varepsilon_{x_a,p_a}\right|=2$。商品 a 的需求富有弹性，答案为 A。